THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5 MÔN TOÁN NĂM HỌC 2020 - 2021

Câu 1. Một tổ có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn trong số đó để làm tổ trưởng?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3,\ u_3=27$ và công bội $q<0$. Tìm u_2.

A. $u_2=9$. **B.** $u_2=-9$. **C.** $u_2=\pm 9$. **D.** $u_2=-3$.

Câu 3. Hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-3x^2-3$ nghịch biến trên các khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(0;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$.

B. $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$.

D. $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ có số điểm cực trị là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $y'=f'(x)=(x-1)^2(x-3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số có một điểm cực đại.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$?

A. $y=\frac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{2x}{1-x}$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{1-2x}{1-x}$.

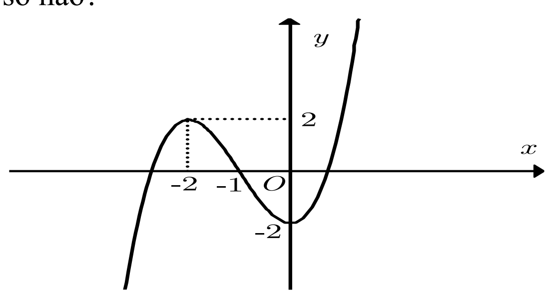
Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3-3x^2-2$.

B. $y=x^3+3x^2-2$.

C. $y=x^3-3x^2-2$.

D. $y=-x^3+3x^2-2$



Câu 8. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2

A. $y=\frac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-2x}{x-1}$. **C.** $y=\frac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 9. Cho các số dương a, b, c và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b+\log_a c=\log_a(b+c)$. **B.** $\log_a b+\log_a c=\log_a|b-c|$.

C. $\log_a b+\log_a c=\log_a(bc)$. **D.** $\log_a b+\log_a c=\log_a(b-c)$.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln\ x-1\ $.

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\ 2\ $. **B.** $\mathrm{D}=\ 1;2\ $. **C.** $\mathrm{D}=\ 0;+\infty\ $. **D.** $\mathrm{D}=\ -\infty;1\ \cup\ 2;+\infty\ $.

Câu 11. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\neq 1$.

A. $P=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P=\dfrac{2}{3}$. **C.** $P=\dfrac{3}{2}$. **D.** $P=3$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x-6}$

A. $S=\ 1\ $. **B.** $S=\ -1\ $. **C.** $S=\ -3\ $. **D.** $S=\ 3\ $.

Câu 13. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x\right)=\log_2(x+1)$. Tính $P=x_1^2+x_2^2$.

A. $P=6$. **B.** $P=8$. **C.** $P=2$. **D.** $P=4$.

Câu 14. Với C là hằng số, ta có họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là:

A. $4x^4-9x+C$. **B.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$. **C.** $4x^3-9x+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}x^4-9x+C$.

Câu 15. Gọi *(H)* là hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$, $a<b$. Khi quay hình *(H)* quanh trục Ox, ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $V=\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b f\left(x^2\right)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 16. Tính $I=\int\limits_0^2 f(x)dx=3$. Khi đó $J=\int\limits_0^2[4f(x)-3]dx$ bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 17. Biết $\int\limits_0^1\dfrac{2x+3}{2-x}dx=a\ln 2+b$. Hãy tính $a+b$?

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 18. Tìm số phức z thỏa mãn $(2-3i)z-(9-2i)=(1+i)z$?

A. $z=-1-2i$. **B.** $1-2i$. **C.** $1+2i$. **D.** $-1+2i$.

Câu 19. Điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức nào?

A. $z=2-3i$. **B.** $z=-2+3i$. **C.** $z=3-2i$. **D.** $z=-2-3i$.

Câu 20. Cho sốphức $z=a+bi$ thỏa mãn $(a-1)+(b-2)i=1+2i$. Mô đun của số phức z là:

A. $|z|=1$. **B.** $|z|=2$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=2\sqrt{5}$.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:

A. $S=16\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=24\pi$. **D.** $S=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 22. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Thể tích của khối trụ bằng:

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Câu 23. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = 6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 24. Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của mặt cầu đã cho bằng:

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Câu 25. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $2x - 3y + z - 21 = 0$. **B.** $-3x + 2y + z + 21 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu nào dưới đây?

A. $(S_1): x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 12$. **B.** $(S_2): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 12$.

C. $(S_3): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 12$. **D.** $(S_4): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 12$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$ cắt mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$ tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng:

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 1 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\alpha_1): 3x - y - 2z - 1 = 0$. **B.** $(\alpha_2): x - y + z - 3 = 0$

C. $(\alpha_3): 3x + y - 2z - 2 = 0$. **D.** $(\alpha_4): x - y - z + 2 = 0$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được 2 số chẵn bằng

A. $\dfrac{4}{19}$. **B.** $\dfrac{15}{19}$. **C.** $\dfrac{5}{19}$. **D.** $\dfrac{10}{19}$.

Câu 30. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào chỉ có cực tiểu mà không có cực đại?

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y = x^4 + x^2 - 3$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2 - 1$.

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Giá trị của biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

A. 18. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$ là:

A. $D = (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$. **B.** $D = [-5; 2]$. **C.** $[2; +\infty)$. **D.** $D = (-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$.

Câu 33. Nếu $\int_0^5 f(x)\,dx = 10$ và $\int_3^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_0^3 [2f(x) - x]dx$ bằng

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** $\dfrac{39}{2}$. **C.** $\dfrac{57}{2}$. **D.** $\dfrac{33}{2}$.

Câu 34. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z+(1-i)\overline{z}=7-2i$. M thuộc đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: x-y-5=0$. **B.** $d_2: x+y-1=0$.

C. $d_3: x-y+5=0$. **D.** $d_1: x-y-1=0$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, SA vuông góc với mp($ABCD$), $SA=a$. Góc giữa SB và mp(SAC) bằng:

A. 60^o **B.** 30^o. **C.** 45^o. **D.** 90^o.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 5, biết $SA=5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD là:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 37: Viết phương trình mặtcầu (S) có tâm $I\ 2;3;-1$ và cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{1}$ tại hai điểm A, B với $AB=8$.

A. $x-2^{\ 2}+\ y-3^{\ 2}+\ z+1^{\ 2}=76$. **B.** $x-2^{\ 2}+\ y+3^{\ 2}+\ z+1^{\ 2}=76$.

C. $x-2^{\ 2}+\ y-3^{\ 2}+\ z+1^{\ 2}=28$. **D.** $x-2^{\ 2}+\ y-3^{\ 2}+\ z+1^{\ 2}=28$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và

$\Delta_2: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d song song với $(P): x+y-2z+5=0$ và cắt hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ lần lượt tại A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $x-1=y-2=z-2$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $x+1=y+2=z+2$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ và $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f'(9)=0$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-1996,1996]$ để hàm số $y = e^{-x^2+mx+1} f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;9)$.

A. 1978. **B.** 1980. **C.** 1979. **D.** 1989.

Câu 40: Số giá trị nguyên của $m \in (-2021;2021)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 1$ với mọi a, b thỏa mãn $b > a \geq 3$ là:

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 4041.

Câu 41. Cho $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^5} dx = -\frac{(2\sin x + 2\cos x + 1)^m}{6(\sin x + \cos x + 2)^n} + C$ với $m, n \in \mathbb{N}$. Tính $A = 2003m + 2021n$.

A. $A = 4024$. **B.** $A = 0$ **C.** $A = 10087$. **D.** $A = 10033$.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{1+2i} + \bar{z} = 3$. Phần thực của số phức $w = 1 + 2z - 4z^2$ là

A. – 20. **B.** 33. **C.** 20. **D.** –33.

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $3a$, $BD = 4a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{16\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Anh H điều khiển xe gắn máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t\,(m/s)$.Đi được $5(s)$ anh H phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, xe máy tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70m/s^2$.Quãng đường $S\ (m)$ đi được của xe máy từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần với giá trị nào nhất?

A. $S = 68(m)$. **B.** $S = 96(m)$. **C.** $S = 98(m)$. **D.** $S = 86(m)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 7 = 0$. Tích các giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $6\pi\sqrt{2}$.

A. 0. **B.** $-6\sqrt{2}$. **C.** -18. **D.** 1.

Câu 46. Cho hàm số $y = f\ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số: $g(x) = f(x^2 - 2|x| + m)$ có không quá 5 điểm cực trị?

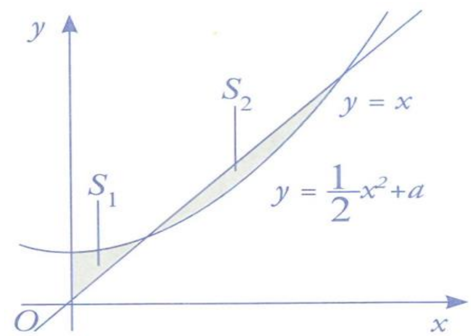
A. 5. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 15.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021để phương trình

$$\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2+mx+2}}{x+1}\right)+\sqrt{2x^2+mx+2}=x+1$$ có đúng một nghiệm thực?

A. 2017. **B.** 2016 **C.** 2010. **D.** 2018.

Câu 48. Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được bôi đậm trong hình vẽ dưới đây:



Khi $S_1=S_2$ thì a thuộckhoảngnàodướiđây?

A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$.

Câu 49. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z+i$.

A. $|z-i|=2\sqrt{41}$ **B.** $|z-i|=3\sqrt{5}$. **C.** $|z-i|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z-i|=\sqrt{41}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ và các điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2})$, $B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

………………..**HẾT**……………

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Chọn C

Lời giải

Số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$, $a \neq 0$.

Số cách chọn chữ số *a* là 9 (cách)

Ứng với mỗi cách chọn chữ số *a* lại có A_9^4 cách chọn 4 chữ số *b,c,d,e.*

Vậy có tất cả $9.A_9^4 = 27216$ số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Dạng khai triển của (u_n) là $-\frac{1}{2};0;1;\frac{1}{2};1;...$.

B. Dạng khai triển của (u_n) là: $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};...$.

C. Dạng khai triển của (u_n) là $-\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};2;\frac{5}{2};...$.

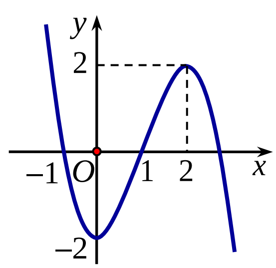
D. Dạng khai triển của (u_n) là: $-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};...$.

Chọn D

Lời giải

Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2} \Rightarrow u_2 = 0; u_3 = \frac{1}{2}; u_3 = 1; u_4 = \frac{3}{2};...$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;2)$.

Chọn D

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(0;2)$ thì đồ thị hàm số đi lên , do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y=-x^4+x^2+3$. **B.** $y=x^4+x^2+3$. **C.** $y=-x^4-x^2+3$. **D.** $y=x^4-x^2+3$.

Chọn A

Lời giải

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại hai phương án **B, C.**

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực đại nên hệ số x^4 có giá trị âm.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Chọn B

Lời giải

Vì $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua hai điểm $x=-2; x=2$ nên hàm số có hai điểm cực trị là $x=-2$ và $x=2$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có tiệm cận?

A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x^2+2}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x^2-1}$.

Chọn A

Lời giải

Hàm số $y=x^4-3x^2+2$ là hàm số bậc bốn trùng phương nên đồ thị không có tiệm cận.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có một tiệm cận đứng $x=-1$ và một tiệm cận ngang $y=2$.

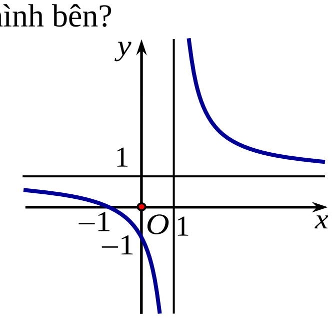
Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2+2}$ có một tiệm cận ngang $y=1$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ có hai tiệm cận đứng $x=\pm1$ và một tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\dfrac{-x}{1-x}$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.



Chọn C

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ đồng thời đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 8. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

A. $M(-1;2)$. **B.** $N(2;7)$. **C.** $P(0;-1)$. **D.** $Q(1;-2)$.

Chọn A

Lời giải

Tọa độ của điểm $M(-1;2)$ không thỏa mãn phương trình $y=x^4-2x^2-1$ nên M không thuộc đồ thị của hàm số đã cho.

Câu 9. Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau đây

A. $\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Chọn B

Lời giải

Với các số thực dương a, b, c khác 1, ta có

$\log_a \frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$ nên **A** đúng.

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ nên B sai và **D** đúng.

$\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ nên **C** đúng. Do đó **B.** là mệnh đề sai.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=(4x^2-1)^{-4}$.

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Chọn D

Lời giải

Do $\alpha=-4$ là số nguyên âm nên điều kiện xác định của hàm số là: $4x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -\frac{1}{2} \\ x\neq \frac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 11. Cho $0<a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a^2}\right)$ là.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Chọn C

Lời giải

Ta có: $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a^2}\right)=\log_a\left(a.a^{\frac{2}{3}}\right)=\log_a a^{\frac{5}{3}}=\frac{5}{3}$.

Câu 12. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{3}{2}\right)^x$. **B.** $y=5^{-x}$. **C.** $\log_2 x$. **D.** $y=\sqrt{2^x}$.

Chọn B

Lời giải

Ta có $y=5^{-x}=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ là hàm số mũ với cơ số là $a=\frac{1}{5}\in(0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_{2020}(2021x)=0$ là:

A. $x=\frac{1}{2021}$. **B.** $x=2012$. **C.** $x=2020^{2021}$. **D.** $x=1$.

Chọn A

Lời giải

Ta có $\log_{2020}(2021x)=0\Leftrightarrow 2021x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2021}$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây ***không*** là nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$?

A. $y=\frac{x^4}{4}-2^{2003}$. **B.** $y=\frac{x^4}{4}-2020$. **C.** $y=3x^2$. **D.** $y=\frac{1}{4}x^4+2021$.

Chọn C

Lời giải

Ta có $F(x)=\int x^3\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+C$ nên hàm số $y=3x^2$ không là nguyên hàm của $f(x)=x^3$.

Câu 15. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3-\frac{1}{\sin^2 x}$ là.

A. $F(x)=3x-\tan x+C$. **B.** $F(x)=3x+\tan x+C$.

C. $F(x)=3x-\cot x+C$. **D.** $F(x)=3x+\cot x+C$.

Chọn D

Lời giải

Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3-\frac{1}{\sin^2 x}$ là $F\left(x\right)=3x+\cot x+C$

Câu 16. Tính $I=\int_0^1 \frac{1}{2x+1}dx$

A. $I=2\ln 3$ **B.** $I=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$ **C.** $I=\ln 3$ **D.** $I=\frac{1}{2}\ln 3$

Chọn D

Lời giải

Ta có: $I=\int_0^1 \frac{1}{2x+1}dx=\left(\frac{1}{2}\ln\left|2x+1\right|\right)\Big|_0^1=\frac{1}{2}\ln 3$.

Câu 17. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=6$ thì $\int_0^2 \frac{1}{2}f(x)dx$ bằng:

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 3.

Chọn D

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 \frac{1}{2}f(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)dx=\frac{1}{2}.6=3$.

Câu 18. Phần ảo của số phức $z=2-i$ là:

A. -1. **B.** $-i$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Chọn A

Lời giải

Ta có: số phức $z=2-i$ có phần ảo là -1.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 là:

A. $(2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(3;2)$.

Chọn B.

Lời giải

Ta có: $z_1+z_2=\left(2-3i\right)+\left(1+i\right)=\left(2+1\right)+\left(-3i+i\right)=3-2i$.

Tọa độ điểm biểu diễn số phức trên là: $(3;-2)$

Câu 20. Cho số phức $z=3+4i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z}=-3+4i$. **B.** $\overline{z}=4+3i$. **C.** $\overline{z}=-3-4i$. **D.** $\overline{z}=3-4i$.

Chọn D

Lời giải

Ta có $z=3+4i\Rightarrow \overline{z}=3-4i$.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy bằng r, độ dài đường sinh bằng l. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng:

A. $S_{xq}=\pi.r.\sqrt{l^2-r^2}$. **B.** $S_{xq}=2\pi.r.\sqrt{l^2-r^2}$. **C.** $S_{xq}=\pi.r.l$. **D.** $S_{xq}=2\pi.r.l$.

Chọn C

Lời giải

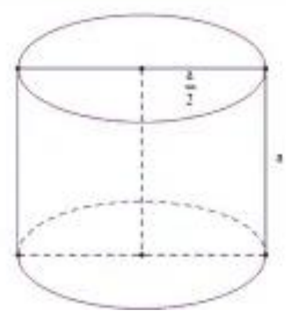
Hình nón có bán kính đáy là r, đường sinh là l thì có diện tích xung quanh là: $S_{xq}=\pi.r.l$

Câu 22. Khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh 6. Thể tích khối trụ đó bằng:

A. 36π. **B.** 72π. **C.** 12π. **D.** 54π.

Chọn D

Lời giải



Khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh 6, suy ra bán kính đáy là $r=3$, chiều cao là $h=6$.
Vậy thể tích khối trụ đó bằng: $V=\pi.r^2.h=\pi.3^2.6=54\pi$

Câu 23. Khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh bằng 6, cạnh bên bằng 8. Thể tích khối lăng trụ đó bằng:

A. $36\sqrt{3}$. **B.** $72\sqrt{3}$. **C.** $48\sqrt{3}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Chọn B

Lời giải

Ta có: Diện tích đáy là: $\dfrac{6^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V=8.9\sqrt{3}=72\sqrt{3}$

Câu 24. Gọi l,h,R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính của hình trụ. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

A. $l=h$. **B.** $h=R$. **C.** $R^2=r^2+l^2$. **D.** $l^2=R^2+h^2$.

Chọn A

Câu 25. Cho mặt cầu tâm I, bán kính R có phương trình $x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề đúng:

A. $I\left(-\dfrac{1}{2};1;0\right),R=\dfrac{1}{4}$. **B.** $I\left(\dfrac{1}{2};-1;0\right),R=\dfrac{1}{2}$.

C. $I\left(\dfrac{1}{2};-1;0\right),R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I\left(-\dfrac{1}{2};1;0\right),R=\dfrac{1}{2}$.

Chọn B

Lời giải

Mặt cầu $x^2+y^2+z^2-x+2y+1=0$ có tọa độ tâm $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2+0^2-1}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$ tiếp xúc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $3x-4z-20=0$. **B.** $4y-3z+10=0$. **C.** $4x+3y-12=0$. **D.** $3x+4y-8=0$.

Chọn B

Lời giải

+ Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$ có tâm là $O(0;0;0)$ và có bán kính là $R=2$.

+ Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $4y-3z+10=0$ là $d=\frac{|4.0-3.0+10|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{10}{5}=2=R$

+ Do đó mặt cầu (S) tiếp xúc với mp: $4y-3z+10=0$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(-2;1;-1)$ thuộc đường thẳng nào dưới đây?

A. $d_1: \frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-2}$. **B.** $d_2: \frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $d_3: \frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $d_4: \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

Chọn A

Lời giải

+ Tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình của đường thẳng d_1 và không thỏa mãn phương trình của các đường thẳng còn lại nên $A\in d_1$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây **không** là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(3;1;-4)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(-1;\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-4;2;4)$.

Chọn C

Lời giải

+ Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(3;1;-4)$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(2;-1;-2)$

+ Vì $\overrightarrow{u_3}=(-2;-1;2)$ không cùng phương với $\overrightarrow{AB}=(2;-1;-2)$ nên $\overrightarrow{u_3}$ không là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Câu 29. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5 bằng:

A. $\frac{17}{81}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{81}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Chọn A

Lời giải

Số phần tử của tập hợp X là: $n(X)=9.9=81$

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=n(X)=81$

Trong tập A có 9 số có chữ số hàng đơn vị là 0 và 8 số có chữ số hàng đơn vị là 5.

Gọi A là biến cố: " Số được chọn chia hết cho 5".

Ta có: $n(A)=9+8=17$

Vậy: Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{17}{81}$

Câu 30. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không có cực trị?

A. $y=x^2+2021$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=-x^3-3x+2$.

Chọn D

Lời giải

Hàm số $y=-x^3-3x+2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $y'=-3(x^2+1)<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó hàm số $y=-x^3-3x+2$ không có cực trị. Các hàm số còn lại đều có cực trị.

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của biểu thức $M+m$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $\left(-\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$.

Chọn B

Lời giải

\+ Hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

\+ $f'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0\ \forall\in D\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

\+ Suy ra: $M=f(1)=\dfrac{1}{3},\ m=f(-1)=-3\Rightarrow M+m=-\dfrac{8}{3}\in(-3;-2)$

Câu 32. Bất phương trình $2^{x^2-4x}\le\dfrac{1}{8}$ có tập nghiệm là $T=[a;b]$ với a^2+b^2 bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 11.

Chọn C

Lời giải

Ta có: $2^{x^2-4x}\le\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow 2^{x^2-4x}\le 2^{-3}\Leftrightarrow x^2-4x\le-3\Leftrightarrow x^2-4x+3\le 0\Leftrightarrow 1\le x\le 3$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=[1;3] \Rightarrow a=1,\ b=3 \Rightarrow a^2+b^2=10$

Câu 33. Nếu $\int_0^1 xf'(x)dx = 2020$ và $f(1)=1$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng.

A. 2021. **B.** 2022. **C.** -2019. **D.** -2021.

Chọn C

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Ta có: $\int_0^1 xf'(x)dx = \int_0^1 xdf(x) = xf(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = f(1) - \int_0^1 f(x)dx$

Suy ra: $\int_0^1 f(x)dx = f(1) - \int_0^1 xf'(x)dx = 1 - 2020 = -2019$

Câu 34. Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z thoả mãn: $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Ta có $6a - b$ bằng:

A. 8. **B.** 2. **C.** –2. **D.** 0.

Chọn D

Lời giải

Đặt $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có:

$$z + 2\bar{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{3};4\right)$$

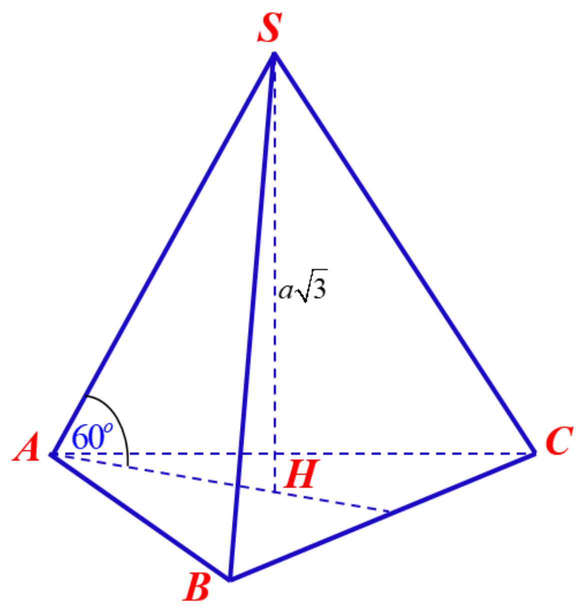
$$\Rightarrow 6a - b = 6.\frac{2}{3} - 4 = 0$$

Câu 35. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^o. Độ dài cạnh đáy của hình chóp bằng:

A. $3a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $2a$.

Chọn B

Lời giải



+ Đặt $AB = x, x > 0$

+ Gọi H là tâm của tam giác đều ABC, ta có $AH = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$

+ Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$

+ Do đó góc giữa SA và (ABC) bằng $(SA, AH) = SAH$

$\Rightarrow SAH = 60^o$

+ Trong tam giác vuông SAH, ta có:

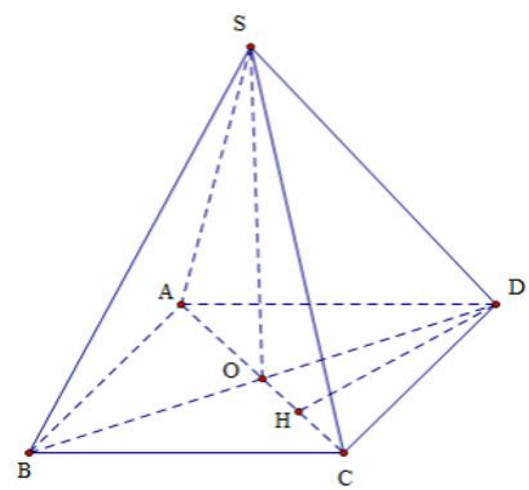
$$AH.\tan 60^o = SH \Leftrightarrow \frac{x\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O. Tam giác SAC đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng $SA = 2AB = 2a$, khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) là:

A. . $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Chọn B.

Lời giải



Ta có: $SO \perp AC$, mặt khác $(SAC) \perp (ABCD)$

Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Lại có

$SA = AC = SC = 2a$

Do đó $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = a\sqrt{3}$

Dựng $DH \perp AC$, lại có

$DH \perp SO \Rightarrow DH \perp (SAC)$

Do vậy $d\left(D,(SAC)\right) = DH = \dfrac{AD.CD}{AC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 37. Cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2z + 1 = 0.$ **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0.$ **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0.$

Chọn D.

Lời giải

• Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2Ax-2By-2Cz+D=0$, ta có :

$$\begin{cases} A(2;0;1)\in(S) \\ B(1;0;0)\in(S) \\ C(1;1;1)\in(S) \\ I\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4A \quad\quad -2C+D=-5 \quad (1) \\ -2A \quad\quad\quad +D=-1 \quad (2) \\ -2A-2B-2C+D=-3 \quad (3) \\ A+B+C=2 \quad (4) \end{cases}$$

• Lấy $(1)-(2)$; $(2)-(3)$; kết hợp (4) ta được hệ:

$$\begin{cases} -2A-2C=-4 \\ 2B+2C=2 \\ A+B+C=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=1 \end{cases} \Rightarrow D=1.$$

• Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$, và mặt thẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Gọi d' là hình chiếu của d lên (P). Phương trình tham số của d' là

A. $\begin{cases} x=-62t \\ y=25t \\ z=2-61t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=62t \\ y=-25t \\ z=2+61t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=62t \\ y=-25t \\ z=-2+61t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=62t \\ y=-25t \\ z=2-61t \end{cases}$.

Chọn C.

Lời giải

Cách 1: Gọi $A=d\cap(P)$

$A\in d\Rightarrow A(12+4a;9+3a;1+a)$

$A\in(P)\Rightarrow a=-3\Rightarrow A(0;0;-2)$

d đi qua điểm $B(12;9;1)$

Gọi H là hình chiếu của B lên (P)

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(3;5;-1)$

BH đi qua $B(12;9;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_{BH}}=\overrightarrow{n_P}=(3;5;-1)$

$$BH:\begin{cases} x=12+3t \\ y=9+5t \\ z=1-t \end{cases}$$

$H\in BH\Rightarrow H(12+3t;9+5t;1-t)$

$H\in(P)\Rightarrow t=-\dfrac{78}{35}\Rightarrow H\left(\dfrac{186}{35};-\dfrac{15}{7};\dfrac{113}{35}\right)$

$\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{186}{35};-\dfrac{15}{7};\dfrac{183}{35}\right)$

d' đi qua $A(0;0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_{d'}}=(62;-25;61)$

Vậy phương trình tham số của d' là $\begin{cases}x=62t\\y=-25t\\z=-2+61t\end{cases}$

Cách 2:

- Gọi (Q) qua d và vuông góc với (P)

  d đi qua điểm $B(12;9;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(4;3;1)$

  (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(3;5;-1)$

  (Q) qua $B(12;9;1)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{a_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(-8;7;11)$

  $(Q):8x-7y-11z-22=0$

- d' là giao tuyến của (Q) và (P)

  Tìm một điểm thuộc d', bằng cách cho $y=0$

  Ta có hệ $\begin{cases}3x-z=2\\8x-11z=22\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=-2\end{cases}\Rightarrow M(0;0;-2)\in d'$

  d' đi qua điểm $M(0;0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(62;-25;61)$

  Vậy phương trình tham số của d' là $\begin{cases}x=62t\\y=-25t\\z=-2+61t\end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Tìm m để bất phương trình $2m-f(x+1)-\frac{1}{3}x^3\geq 0$ có nghiệm trên đoạn $[-1;1]$ biết $f(0)=0$

A. $m\leq 0$. **B.** $m\geq\frac{25}{2}$. **C.** $m\leq -5$ hoặc $m\geq 5$. **D.** $m\geq -\frac{1}{6}$.

Chọn D.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow\ 2m\geq f(x+1)+\frac{1}{3}x^3$

Đặt $g(x)=f(x+1)+\frac{1}{3}x^3$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2m\geq \min g(x),\forall x\in[-1;1]$

Ta có: $g'(x)=f'(x+1)+x^2$

Vì $-1\leq x\leq 1$ nên $0\leq x+1\leq 2$

Từ đó và quan sát bảng xét dấu thấy: $f'(x+1)\ge 0$

Suy ra $g'(x)=f'(x+1)+x^2\ge 0,\forall x\in[-1;1]$

x	-1		1
$g(x)$		$\nearrow$	$g(1)$
	$g(-1)$		

$\Rightarrow \min\limits_{[-1;1]} g(x)=g(-1)=-\dfrac{1}{3}$. Vậy $2m\ge -\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{6}$.

Câu 40. Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x+a^x\ge 6^x+9^x$ đúng với mọi số thực x. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(12;14]$. **B.** $a\in(10;12]$. **C.** $a\in(14;16]$. **D.** $a\in(16;18]$.

Chọn D.

Lời giải

Ta có $3^x+a^x\ge 6^x+9^x\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 6^x+9^x-3^x-18^x$

$\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 3^x\left(2^x-1\right)-9^x\left(2^x-1\right)\Leftrightarrow a^x-18^x\ge -3^x\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\ (*)$.

Ta thấy $\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -3^x\left(2^x-1\right)\left(3^x-1\right)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó, $(*)$ đúng với mọi số thực $x\Leftrightarrow a^x-18^x\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \left(\dfrac{a}{18}\right)^x\ge 1,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \dfrac{a}{18}=1\Leftrightarrow a=18\in(16;18]$.

Câu 41. Cho $\int_0^1 5e^{\sqrt{4+5x}}dx=4ae^3+2be^2+2003ce+2021d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$.

Tính $T=a^{1997}+b^{2003}+c^{1998}+d^{2021}$.

A. $T=1997$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2021$. **D.** $T=1$.

Chọn B

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{4+5x}\Rightarrow t^2=4+5x\Rightarrow 2tdt=5dx$

Đổi cận: $+\ x=0\Rightarrow t=2$

$+\ x=1\Rightarrow t=3$

$$\Rightarrow \int_0^1 5e^{\sqrt{4+5x}}dx=2\int_2^3 te^t dt=2\left(te^t\Big|_2^3-\int_2^3 e^t dt\right)=2\left(te^t\Big|_2^3-e^t\Big|_2^3\right)=2(3e^3-2e^2-e^3+e^2)=4e^3-2e^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=d=0 \end{cases} \Rightarrow T=0.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1|=|z+\bar{z}-3|=3$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Chọn A

Lời giải

Giả sử $z=x+yi$ $(x,\ y\in\mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z}=x-yi \Rightarrow z+\bar{z}-3=2x-3$.

Bài ra ta có $\begin{cases} |z+1|=3 \\ |z+\bar{z}-3|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x+1)^2+y^2}=3 \\ |2x-3|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2+y^2=9 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases}$

Với $x=0 \Rightarrow y=\pm 2\sqrt{2}$

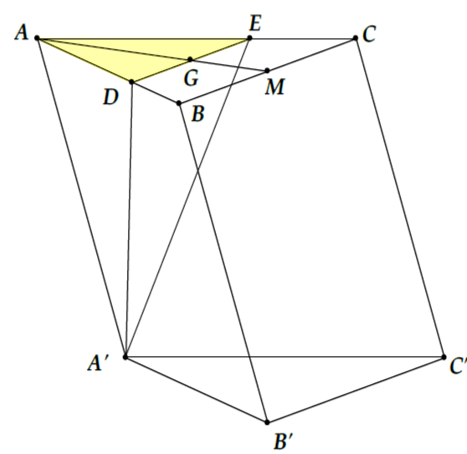
Với $x=3 \Rightarrow y^2=-7$ (Vô lí)

Do đó có 2 số phức thỏa mãn là $z_1=2\sqrt{2}i$, $z_2=-2\sqrt{2}i$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$, đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABC song song với BC cắt AB tại D, cắt AC tại E. Mặt phẳng đi qua A', D, E chia khối lăng trụ thành hai phần, tỉ số thể tích (số bé chia cho số lớn) của chúng bằng:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{23}$.

C. $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{4}{27}$.



Chọn B

Lời giải

Ta có: $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{AD}{AB}\cdot\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

Mặt khác:

$$V_{A'ADE}=\frac{1}{3}d\left(A';(ADE)\right).S_{\Delta ADE}=\frac{1}{3}d\left(A';(ABC)\right)\cdot\frac{4}{9}S_{\Delta ABC}$$

$$=\frac{4}{27}d\left(A';(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\frac{4}{27}V_{ABC.A'B'C'}$$

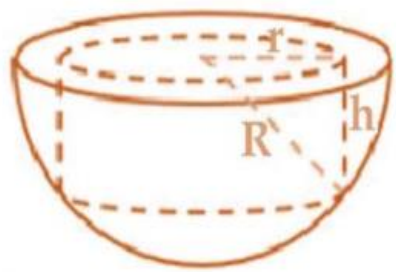
$$\Rightarrow V_{A'B'C'CEDB} = \frac{23}{27} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A'ADE}}{V_{A'B'C'CEDB}} = \frac{4}{23}$$

Câu 44. Nắm bắt được nhu cầu làm đẹp của chị em phụ nữ, ông Toàn dự kiến thành lập công ty mỹ phẩm BEAUTIFUL BUFFALO với dòng sản phẩm trọng tâm là kem BODY DREAM có thiết kế là một khối cầu, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng (như hình vẽ). Ông Toàn dự định thiết kế để khối cầu có đường kính là $d = 4\sqrt{5}$ cm. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích được ghi trên bìa hộp là lớn nhất ? (với chiến lược Marketing thu hút khách hàng).

A. $\frac{80\sqrt{15}}{18}\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{80\sqrt{15}}{9}\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{40\sqrt{15}}{9}\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{40\sqrt{15}}{18}\pi\left(cm^3\right)$.

Chọn B

Lời giải



+ Các ký hiệu như hình vẽ bên

+ Ta có: $r^2 = R^2 - h^2 = 20 - h^2$

+ Thể tích khối trụ bằng: $V = \pi r^2 h = \pi\left(20 - h^2\right)h$

+ Để thể tích V lớn nhất $\Leftrightarrow f(h) = \left(20 - h^2\right)h$ lớn nhất.

+ Ta có:

$$f(h) = \sqrt{\frac{1}{2}.\left(20 - h^2\right)\left(20 - h^2\right)2h^2} \le \sqrt{\frac{1}{2}.\frac{\left(20 - h^2 + 20 - h^2 + 2h^2\right)^3}{27}} = \frac{80\sqrt{15}}{9}$$ (Áp dụng BĐT Cô-si)

Dấu "=" xảy ra khi $20 - h^2 = 2h^2 \Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

+ Từ đó suy ra: $V \le \frac{80\sqrt{15}}{9}\pi\left(cm^3\right)$

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(3;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$, $B(4;2;3)$, $C(-6;-1;0)$ $(P): x - y + z + 1 = 0$. Tìm điểm $N \in (P)$ sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$. **B.** $N(3;5;1)$. **C.** $N\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{-1}{3}\right)$. **D.** $N\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};-2\right)$.

Chọn A.

Lời giải

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow I(1;1;1)$

Khi đó $S=2NA^2+NB^2+NC^2=2(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA})^2+(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB})^2+(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IC})^2$

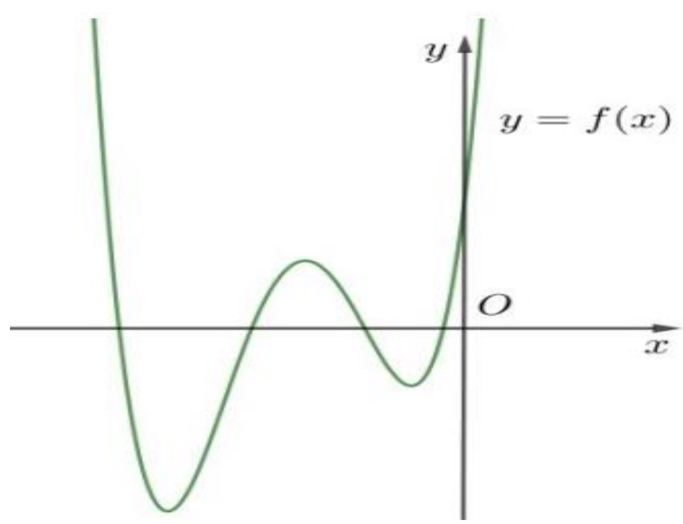
$$=4NI^2+2\overrightarrow{NI}(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC})+2IA^2+IB^2+IC^2=4NI^2+2IA^2+IB^2+IC^2$$

Do đó S nhỏ nhất khi NI nhỏ nhất. Suy ra N là hình chiếu của I trên (P).

Phương trình đường thẳng $NI:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-y+z+1=0\\x=1+t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=\frac{5}{3}\\z=\frac{1}{3}\end{cases}$

Câu 46. Cho hàm số $F(x)$ có $F(0)=0$. Biết $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $G(x)=\left|F(x^6)-x^3\right|$ là



A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Chọn D.

Lời giải

$y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$

Xét hàm $h(x) = F(x^6) - x^3 \Rightarrow h'(x) = 6x^5 F'(x^6) - 3x^2 = 6x^5 f(x^6) - 3x^2 = 3x^2\left(2x^3 f(x^6) - 1\right)$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2\left(2x^3 f(x^6) - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^3 f(x^6) - 1 = 0 \end{array}\right..$$

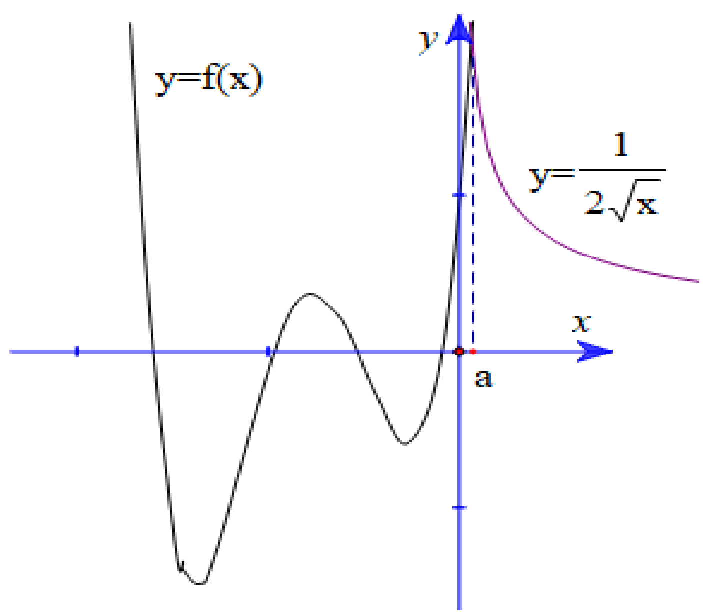
Xét phương trình $2x^3 f(x^6) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^6) = \dfrac{1}{2x^3}$ (1). Đặt $t = x^6\,(t \geq 0)$,

Phương trình (1) trở thành $\left[\begin{array}{l} f(t) = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}\,(2) \\ f(t) = -\dfrac{1}{2\sqrt{t}}\,(3) \end{array}\right.$ (2).

((3) loại vì $f(t) > 0; \forall t > 0$ mà $\dfrac{1}{-2\sqrt{t}} < 0; \forall t > 0$ nên phương trình (3) vô nghiệm)

xét riêng hàm $y = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}, y' = -\dfrac{1}{4t\sqrt{t}} < 0$ với $t > 0$ có BBT:

t	0		$+\infty$
$y' = -\dfrac{1}{4t\sqrt{t}}$		$-$	
$y = \dfrac{1}{2\sqrt{t}}$	$+\infty$	$\searrow$	0

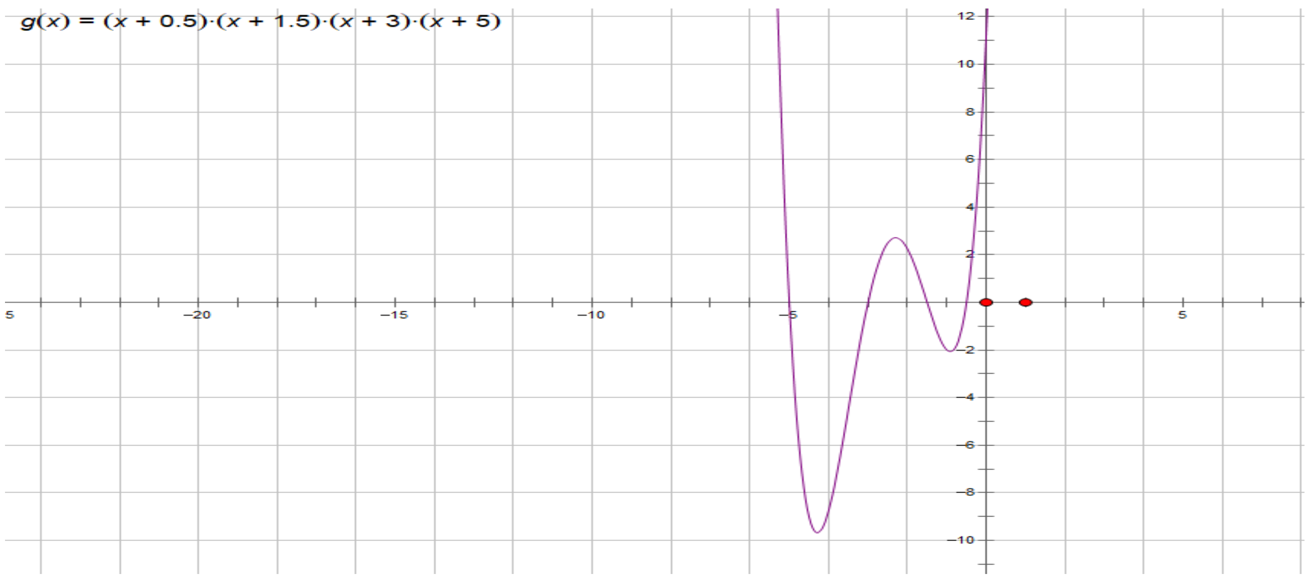


Từ đồ thị suy ra phương trình (2) có nghiệm $t = a > 0$, nên phương trình (1) có 1 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = \sqrt[6]{a} \\ x = -\sqrt[6]{a}\,(loai) \end{array}\right.$

Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt[6]{a} \end{array}\right.$ với $x = 0$ là nghiệm kép.

Từ đồ thị hàm $f(x)$ có thể suy ra $f(x)$ là hàm đa thức bậc 4, như vậy $F(x)$ là hàm đa thức bậc 5, suy ra $F(x^6) - x^3$ là hàm đa thức bậc 30 (bậc chẵn) nên $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(F(x^6) - x^3\right) = +\infty$)

Ví dụ



Ta có BBT hàm $h(x) = F(x^6) - x^3$, lưu ý $h(0) = F(0) - 0 = 0$

x	$-\infty$		0		$\sqrt[6]{a}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	0	↘		↗	$+\infty$

Suy ra hàm số $h(x)$ có 1 điểm cực trị không nằm trên trục hoành và $h(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó $G(x) = |h(x)|$ hay $G(x) = \left|F(x^6) - x^3\right|$ có số điểm cực trị là $1 + 2 = 3$.

Câu 47. Bất phương trình $x\sqrt{x+1} \ge (2x-3)2^{\frac{-x^3+16x^2-48x+36}{x^2}}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-100;100]$?

A. 100. **B.** 94. **C.** 103. **D.** 92.

Chọn B

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \ge -1 \\ x \ne 0 \end{cases}$.

+ Khi $x=-1$ bất phương trình thành $0 \ge -5.e^{101}$ thỏa mãn.

+ Khi $x=1$ bất phương trình thành $\sqrt{2} \ge -.e^{3}$ thỏa mãn.

+ Khi $x \ge 2$:

$$x\sqrt{x+1} \ge (2x-3)2^{\frac{-x^3+16x^2-48x+36}{x^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{x+1} \ge (4x-6)2^{\frac{(4x-6)^2}{x^2}-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{x+1}.2^{x} \ge (4x-6).2^{\left(\frac{4x-6}{x}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}.2^{x+1} \ge \left(\frac{4x-6}{x}\right).2^{\left(\frac{4x-6}{x}\right)^2}$$

Xét hàm số $f(t)=t.2^{t^2}$ $(t>0)$ có $f'(t)=2^{t^2}+2t^2.2^{t^2}.\ln 2>0, \quad \forall t>0$.

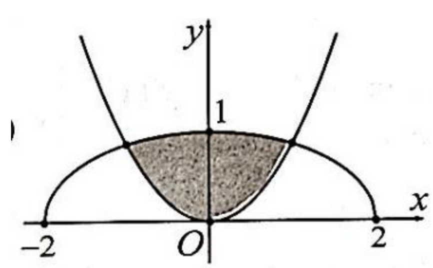
Vậy $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên từ bất phương trình ta có

$$\sqrt{x+1} \ge \frac{4x-6}{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left(x\sqrt{x+1}\right)^2 \ge (4x-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x^3-15x^2+48x-36 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 6+2\sqrt{6} \\ 6-2\sqrt{6} \le x \le 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 6+2\sqrt{6} \\ 2 \le x \le 3 \end{array}\right.$$

Mà x nguyên và thuộc đoạn $[-100;100]$ nên có tập nghiệm $S=\{2;3;11;12;13;...;100\}$.

Vậy có 94 số nguyên thỏa mãn bài toán

Câu 48. Cho *(H)* là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip có phương trình $y=\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2 \le x \le 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng:



A. $\frac{2\pi+\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{2\pi+\sqrt{3}}{12}$.

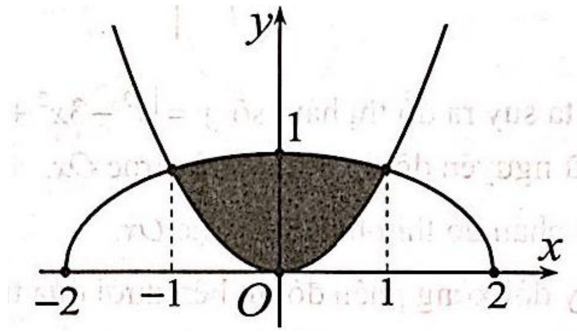
C. $\frac{2\pi-\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{6}$.

Chọn A

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa đường elip $y=\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2\le x\le 2$) là:

$\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \Leftrightarrow 4-x^2=3x^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=-\frac{4}{3}\end{array}\right.$



$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\end{array}\right.$

Diện tích của *(H)* là:

$S=\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2\right)dx = I-\left(\frac{\sqrt{3}}{6}x^3\right)\Big|_{-1}^{1}=I-\frac{\sqrt{3}}{3}$ với

$I=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\sqrt{4-x^2}dx.$

Đặt $x=2\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx=2\cos t.dt$

Đổi cận: $x=-1\Rightarrow t=-\frac{\pi}{6}, x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}.$

$$I=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t.dt=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}2\cos^2 t.dt=\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}(1+\cos 2t).dt=\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $S=I-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\pi+\sqrt{3}}{6}$

Câu 49: Cho hai số phức $z_1=-7-9i; z_2=-8i$. Gọi $z=x+yi\ (a;b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn $|z+1+i|=5$. Tính $x-y$ biết rằng biểu thức $P=|z-z_1|+2|z-z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. -7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -5.

Chọn B

Lời giải

Số phức $z=x+yi$ có điểm biểu diễn $M(x;y)$

Ta có $|z+1+i|=5\Leftrightarrow|(x+1)+(y+1)i|=5\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+1)^2=25$ nên M thuộc đường tròn (C) có tâm là điểm $I(-1;-1)$, bán kính $R=5$.

Gọi $A;B$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1;z_2$. Khi đó $A(-7;-9);B(0;-8)$

Lại có $P=|z-z_1|+2|z-z_2|=\sqrt{(x+7)^2+(y+9)^2}+2\sqrt{x^2+(y+8)^2}=MA+2MB$

Trước hết ta xét bài toán : Tìm điểm $K(a;b)\in(C)$ sao cho $2MK=MA\ \forall M$

Thật vậy, ta có

$2MK = MA \Leftrightarrow 4MK^2 = MA^2 \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MK}^2 = \overrightarrow{MA}^2$

$\Leftrightarrow 4\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IK}\right)^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2$

$\Leftrightarrow 3MI^2 - IA^2 + IK^2 = 2\,\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IK}\right)$ (1)

Để (1) đúng với mọi điểm $M \in (C)$ thì $\begin{cases} \overrightarrow{IA} - 4\overrightarrow{IK} = 0 \ (2) \\ 3R^2 + 4IK^2 - IA^2 = 0 \ (3) \end{cases}$

Ta có (2) $\Rightarrow \begin{cases} 4(a+1) = -6 \\ 4(b+1) = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{5}{2} \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow K\left(-\dfrac{5}{2}; -3\right) \Rightarrow \overrightarrow{IK}\left(-\dfrac{5}{2}; -3\right)$

Thay $R^2 = 25; IK^2 = \dfrac{25}{4}; IA^2 = 100$ vào (3) ta thấy thỏa mãn

Lại có $P = MA + 2MB = 2MK + 2MB = 2(MK + MB) \geq 2KB$ (*)

Vì $\overrightarrow{IB}(-1;-7) \Rightarrow IB^2 = 1 + 49 = 50 > R^2$ nên điểm B nằm ngoài đường tròn (C)

$\overrightarrow{IK}\left(-\dfrac{3}{2}; -2\right) \Rightarrow IK^2 = \dfrac{25}{4} < R^2$ nên điểm K nằm trong đường tròn (C)

Đâu đẳng thức (*) xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn KB

Do đó $P = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là giao điểm của KB và (C)

$\overrightarrow{KB}\left(\dfrac{5}{2}; -5\right)$, đường thẳng BK đi qua B nhận $\vec{n}(2;1)$ là VTPT nên phương trình đường thẳng BK :

$$2(x-0) + 1(y+8) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 8 = 0$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y + 8 = 0 \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = -6 \Rightarrow M(-1;-6) \\ x = -5 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow M(-5;2) \end{array}\right.$

- Với $M(-1;-6) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MB}(1;-2) \\ \overrightarrow{MK}\left(-\dfrac{3}{2}; 3\right) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MB} = -\dfrac{3}{2}\overrightarrow{MK}$ nên $M(-1;-6)$ thỏa mãn

- Với $M(-5;-2) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MB}(5;-6) \\ \overrightarrow{MK}\left(\dfrac{5}{2}; -1\right) \end{cases} \Rightarrow M, K, B$ không thẳng hàng nên $M(-5;-2)$ không thoản mãn

Vậy $M(-1;-6) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow x - y = 5$

Câu 50. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $M(4;-4;2), N(6;0;6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E.

A. $x-2y+2z+8=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$. **C.** $2x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-2y+z+9=0$.

Chọn D

Lời giải

Mặtcầu (S) có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=3$.

Dễ thấy hai điểm M, N nằm ngoài mặt cầu (S)

Gọi K là trung điểm của $MN \Rightarrow K(5;-2;4); IK=6>R$ nên điểm K nằm ngoài mặt cầu (S).

Ta có : $\overrightarrow{IK}=(4;-4;2)$, $\overrightarrow{MN}=(2;4;4)$, $MN=6$ và $IK \perp MN$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki tacó : $EM+EN \le \sqrt{2\left(EM^2+EN^2\right)}$ (1).

Xét tam giác EMN có EK là đường trung tuyến nên

$$EK^2=\frac{EM^2+EN^2}{2}-\frac{MN^2}{4} \Rightarrow EM^2+EN^2=2EK^2+\frac{MN^2}{2}$$

Khi đó từ (1) $\Rightarrow EM+EN \le \sqrt{2\left(EM^2+EN^2\right)}=\sqrt{2\left(2EK^2+\frac{MN^2}{2}\right)}=\sqrt{4EK^2+36}$

Nhận thấy $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $EM=EN$ và EK lớn nhất.
Vì $IK \perp MN$ tại trung điểm K nên I cách đều hai điểm M và N

Vì vậy, để $EM=EN$ thì E thuộc đường thẳng $IK:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=2+t\end{cases}$.

Do đó $E=IK\cap(S)$ nên tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình

$$IK:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=2+t\\(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9\end{cases} \Rightarrow t=\pm1 \Rightarrow E_1(3;0;3); E_2(-1;4;1)$$

Lại có $E_1K=3$, $E_2K=9$. Suyra $E=(-1;4;1) \Rightarrow \overrightarrow{IE}=(-2;2;-1)$, nên phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E có phương trình: $-2(x+1)+2(y-4)-1(z-1)=0$ hay $2x-2y+z+9=0$.

……………………………………………………..