THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5 (2020 – 2021)

Câu 1. Một tổ có 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn học trong số đó để làm tổ trưởng?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Chọn A

Lời giải

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn ra một bạn để làm tổ trưởng là: 5+4 = 9.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3,\ u_3 = 27$ và công bội $q < 0$. Tìm u_2.

A. $u_2 = 9$. **B.** $u_2 = -9$. **C.** $u_2 = \pm 9$. **D.** $u_2 = -3$.

Chọn B

Lời giải

Áp dụng tính chất các số hạng của cấp số nhân ta có: $|u_2| = \sqrt{u_1.u_3} = \sqrt{3.27} = 9$

Vì $q < 0$ và $u_1 > 0$ nên $u_2 < 0$. Do đó $u_2 = -9$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 - 3$ nghịch biến trên các khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(0;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$ **D.** $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$

Chọn C

Lời giải

+ Hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 - 3$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $y' = 2x^3 - 6x = 2x(x^2 - 3)$.

+ $y' < 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\sqrt{3} \\ 0 < x < \sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ có số điểm cực trị là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Chọn C

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 6x$, $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị có 3 điểm cực trị.

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $y'=f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x-3\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số có một điểm cực đại.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số có đúng một điểm cực trị.

Chọn D

Lời giải

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có đúng một điểm cực trị và là điểm cực tiểu.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$?

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$.

Chọn B

Lời giải

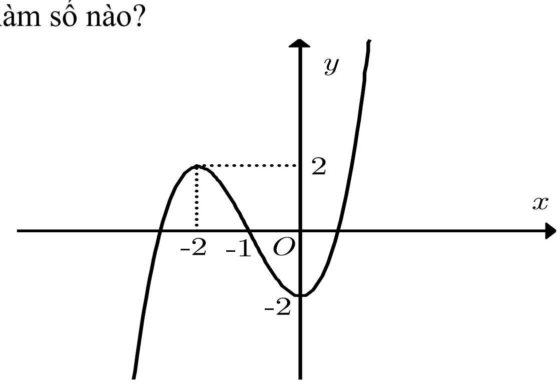
Hàm số $y=\dfrac{2x}{1-x}$ có:

$\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=-2$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3-3x^2-2$.
B . $y=x^3+3x^2-2$.
C. $y=x^3-3x^2-2$.
D. $y=-x^3+3x^2-2$

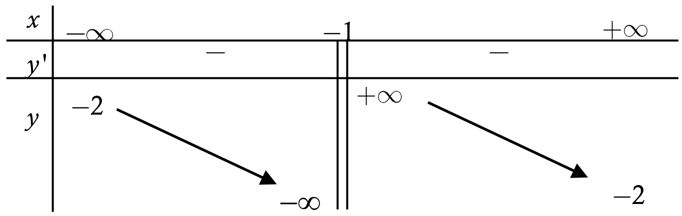


Chọn B

Lời giải

Từ hình dạng đồ thị suy ra hàm số bậc ba tương ứng phải có hệ số $a>0$, do đó loại đáp án A, D.
Mặt khác có: đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-1$ nên điểm M(-1;0) thuộc đồ thị, chỉ có hàm số ở đáp án B thỏa mãn.

Câu 8. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?



A. $y=\dfrac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Chọn C.

Lời giải

Dựa vào BBT ta thấy đây là bảng biến thiên của hàm phân thức hữu tỉ và đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$, do đó loại đáp án A và B.

Do đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$ nên loại đáp án D.

Câu 9. Cho các số dương a, b, c và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b+\log_a c=\log_a(b+c)$. **B.** $\log_a b+\log_a c=\log_a|b-c|$.

C. $\log_a b+\log_a c=\log_a(bc)$. **D.** $\log_a b+\log_a c=\log_a(b-c)$.

Chọn C

Lời giải

Theo tính chất của lôgarit ta có: $\log_a b+\log_a c=\log_a(bc)$.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}+\ln\ x-1$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\ 2$. **B.** $D=\ 1;2$. **C.** $D=\ 0;+\infty$. **D.** $D=\ -\infty;1\cup\ 2;+\infty$.

Chọn B.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x<2\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<2$.

Câu 11. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\neq 1$.

A. $P=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P=\dfrac{2}{3}$. **C.** $P=\dfrac{3}{2}$. **D.** $P=3$.

Chọn C.

Lời giải

Ta có $P=\log_a\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]=\log_a\left(a^{\frac{3}{2}}\right)=\dfrac{3}{2}\log_a a=\dfrac{3}{2}$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x-6}$

A. $S = 1$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = -3$. **D.** $S = 3$.

Chọn A.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6-2x} \Leftrightarrow 4x = 6-2x \Leftrightarrow x = 1.$

Câu 13. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x\right)=\log_2\left(x+1\right)$. Tính $P = x_1^2 + x_2^2$.

A. $P=6$. **B.** $P=8$. **C.** $P=2$. **D.** $P=4$.

Chọn A

Lời giải

$\log_2\left(x^2-x\right)=\log_2\left(x+1\right)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x=x+1 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-1=0 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1+\sqrt{2}\ (tm) \\ x_2 = 1-\sqrt{2}\ (tm) \end{array}\right.$.

Do đó $x_1^2 + x_2^2 = \left(1+\sqrt{2}\right)^2 + \left(1-\sqrt{2}\right)^2 = 6$.

Câu 14. Với C là hằng số, ta có họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x^3-9$ là:

A. $4x^4-9x+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **C.** $4x^3-9x+C$. **D.** $\frac{1}{2}x^4-9x+C$.

Chọn D

Lời giải

Ta có: $\int\left(2x^3-9\right)\mathrm{d}x = 2.\frac{x^4}{4}-9x+C = \frac{x^4}{2}-9x+C$.

Câu 15. Gọi *(H)* là hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số *y = f(x)*, trục *Ox* và hai đường thẳng *x = a*, *x = b*, *a < b*. Khi quay hình *(H)* quanh trục *Ox*, ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $V = \int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **B.** $V = \pi\int_a^b f\left(x^2\right)\mathrm{d}x.$ **C.** $V = \pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x.$ **D.** $V = \pi\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x.$

Chọn C

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay, ta có: $V = \pi\int_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x.$

Câu 16. Tính $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 \left[4f(x)-3\right]dx$ bằng:

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8

Chọn C

Lời giải

Ta có: $J = \int_0^2\left[4f(x)-3\right]dx = 4\int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 3dx = 4.3 - 3x\left.\right|_0^2 = 12-(3.2-3.0) = 12-6 = 6$.

Câu 17. Biết $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx = a\ln 2 + b$. Hãy tính $a+b$?

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Chọn D

Lời giải

Ta có:

$$\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x}dx = \int_0^1 \left(-2+\frac{7}{2-x}\right)dx = \left(-2x-7\ln|2-x|\right)\Big|_0^1 = 7\ln 2 - 2$$

$$\Rightarrow a=7; b=-2 \Rightarrow a+b=5$$

Câu 18. Tìm số phức z thỏa mãn $(2-3i)z-(9-2i)=(1+i)z$?

A. $z=-1-2i.$ **B.** $1-2i.$ **C.** $1+2i.$ **D.** $-1+2i.$

Chọn C

Lời giải

Ta có:

$$(2-3i)z-(9-2i)=(1+i)z$$

$$\Leftrightarrow (2-3i)z-(1+i)z=9-2i$$

$$\Leftrightarrow (1-4i)z=9-2i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{9-2i}{1-4i}$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{(9-2i)(1+4i)}{(1-4i)(1+4i)}$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{9+36i-2i-8i^2}{1-16i^2}$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{17+34i}{17}$$

$$\Leftrightarrow z=1+2i$$

Câu 19. Điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức nào?

A. $z=2-3i.$ **B.** $z=-2+3i.$ **C.** $z=3-2i.$ **D.** $z=-2-3i.$

Chọn B.

Lời giải

Ta có điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức $z=-2+3i$.

Câu 20. Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $(a-1)+(b-2)i=1+2i$. Mô đun của số phức z là:

A. $|z|=1.$ **B.** $|z|=2.$ **C.** $|z|=\sqrt{5}.$ **D.** $|z|=2\sqrt{5}.$

Chọn D

Lời giải

Ta có $(a-1)+(b-2)i=1+2i \Rightarrow \begin{cases} a-1=1 \\ b-2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$

$$\Rightarrow z=2+4i \Rightarrow |z|=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:

A. $S=16\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=24\pi$. **D.** $S=8\sqrt{3}\pi$.

Chọn B

Lời giải

Hình nón có bán kính đáy là r, đường sinh là l thì có diện tích xung quanh là: $S_{xq}=\pi.r.l=4\sqrt{3}\pi$

Câu 22. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Thể tích của khối trụ bằng:

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Chọn C

Lời giải

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ

Ta có: $2\pi r=4\pi \Rightarrow r=2$

Diện tích đáy $S_d=\pi r^2=4\pi$

Thể tích khối trụ: $V=S_d.h=4\pi.3=12\pi$

Câu 23. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $18a^3$.

Chọn B

Lời giải

Thể tích khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}.B.h=\dfrac{1}{3}.3a^2.6a=6a^3$

Câu 24. Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của mặt cầu đã cho bằng:

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Chọn D

Lời giải

Thể tích mặt cầu là: $V=\dfrac{4}{3}\pi.r^3=\dfrac{4}{3}.\pi.4^3=\dfrac{256\pi}{3}$

Câu 25. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $2x-3y+z-21=0$. **B.** $-3x+2y+z+21=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x-2y+z+12=0$.

Chọn C

Lời giải

Mặt phẳng đi qua $M(2;-1;4)$ và song song với $(P):3x-2y+z+1=0$ là:

$3.(x-2)-2.(y+1)+1.(z-4)=0$

$\Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ tiếp xúc với mặt cầu nào dưới đây?

A. $(S_1): x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=12.$ **B.** $(S_2): x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=12.$

C. $(S_3): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=12.$ **D.** $(S_4): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=12.$

Chọn C

Lời giải

Mặt cầu (S_3) có tâm là $I(0;-2;1)$ và bán kính là $R=2\sqrt{3}$.

Khoảng cách từ *I* đến mp*(P)* là: $d=\dfrac{|0-(-2)+1+3|}{\sqrt{3}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=R$

Vậy mp*(P)* tiếp xúc với mặt cầu $(S_3): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=12.$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ cắt mặt phẳng $(P): x-2y+z+1=0$ tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Chọn B

Lời giải

+ Vì M thuộc $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ nên $M(1+2t;-1+t;-t)$

+ M thuộc $(P): x-2y+z+1=0$ nên ta có: $1+2t-2(-1+t)-t+1=0 \Leftrightarrow t=4 \Rightarrow M(9;3;-4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=3 \\ c=-4 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=8$$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-1=0$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\alpha_1): 3x-y-2z-1=0$. **B.** $(\alpha_2): x-y+z-3=0.$

C. $(\alpha_3): 3x+y-2z-2=0$. **D.** $(\alpha_4): x-y-z+2=0$.

Chọn D

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-1=0$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1;3)$.

Mặt phẳng $(\alpha_4): x-y-z+2=0$ có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4}(1;-1;-1)$.

Vì $\vec{n}.\overrightarrow{n_4}=1.2+(-1).(-1)+(-1).3=0$ nên $\vec{n}\perp\overrightarrow{n_4} \Rightarrow (\alpha)\perp(\alpha_4)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được 2 số chẵn bằng

A. $\dfrac{4}{19}$. **B.** $\dfrac{15}{19}$. **C.** $\dfrac{5}{19}$. **D.** $\dfrac{10}{19}$.

Chọn A

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{19}^2$

Trong 19 số nguyên dương đầu tiên có 10 số lẻ và 9 số chẵn

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 số chẵn". Ta có: $n(A)=C_9^2$

Vậy: Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{C_9^2}{C_{19}^2}=\dfrac{4}{19}$

Câu 30. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào chỉ có cực tiểu mà không có cực đại?

A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2-3$. **D.** $y=-x^4+4x^2-1$.

Chọn C

Lờigiải

Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ có $y'=-3x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$ nên hàm số có cả cực đại và cực tiểu.

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0\forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Hàm số $y=x^4+x^2-3$ chỉ có cực tiểu (điểm cực tiểu làx = 0).

Hàm số $y=-x^4+8x^2-1$ chỉ có cực đại (điểm cực đại là x = 0).

Câu 31. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Giá trị của biểu thức M^2-m^2 bằng

A. 18. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 12.

Chọn B

Lời giải

+ Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x}=x-\dfrac{4}{x}$

+ $f'(x)=1+\dfrac{4}{x^2}$, $f'(x)>0\ \forall x\neq 0\Rightarrow$ *f(x)* đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$

+ Do đó:

$$\begin{cases}M=\max\limits_{[-4;-1]}f(x)=f(-1)=3\\ m=\min\limits_{[-4;-1]}f(x)=f(-4)=-3\end{cases}\Rightarrow M^2-m^2=0$$

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log(x^2+3x)-1}$ là

A. D=$(-\infty;-5)\cup(2;+\infty)$. **B.** D=$[-5;2]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** D=$(-\infty;-5]\cup[2;+\infty)$.

Chọn D

Lời giải

+ Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi:

$$\log(x^2+3x)-1\ge 0 \Leftrightarrow \log(x^2+3x)\ge 1 \Leftrightarrow x^2+3x-10\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -5 \\ x\ge 2\end{array}\right.$$

+ Vậy tập xác định của hàm số là: D=$(-\infty;-5]\cup[2;+\infty)$.

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^5 f(x)dx=10$ và $\int\limits_3^5 f(x)dx=-2$ thì $\int\limits_0^3 [2f(x)-x]dx$ bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{39}{2}$. **C.** $\frac{57}{2}$. **D.** $\frac{33}{2}$.

Chọn B

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^5 f(x)dx=10,\ \int\limits_3^5 f(x)dx=-2 \Rightarrow \int\limits_0^3 f(x)dx=10-(-2)=12$

Do đó: $\int\limits_0^3 [2f(x)-x]dx=2\int\limits_0^3 f(x)dx-\int\limits_0^3 xdx=2.12-\frac{9}{2}=\frac{39}{2}$.

Câu 34 Gọi M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z+(1-i)\overline{z}=7-2i$. M thuộc đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: x-y-5=0$. **B.** $d_2: x+y-1=0$.

C. $d_3: x-y+5=0$. **D.** $d_1: x-y-1=0$.

Chọn A

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ (x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R})$, ta có:

$$z+(1-i)\overline{z}=7-2i \Leftrightarrow x+yi+(1-i)(x-yi)=7-2i$$

$$\Leftrightarrow (2x-y)-xi=7-2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=7 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow M(2;-3)$$

$$\Rightarrow M\in d_1$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, SA vuông góc với mp$(ABCD)$, $SA=a$. Góc giữa SB và mp(SAC) bằng:

A. 60^o. . **B.** 30^o. **C.** 45^o. **D.** 90^o.

Chọn B

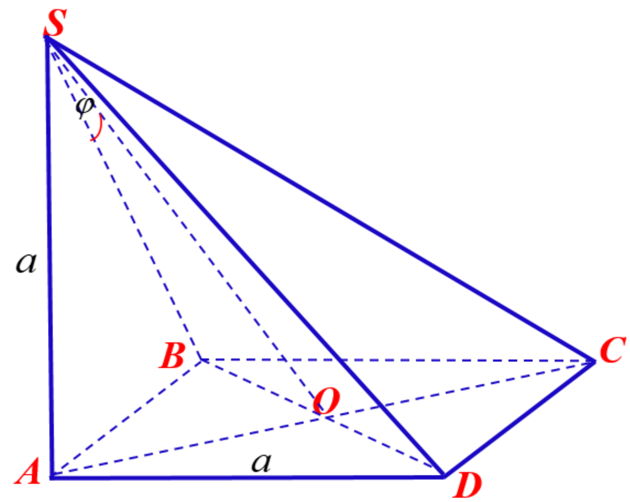
Lời giải

+ Ta có: $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa SB và (SAC) bằng $(SB, SO) = BSO = \varphi$

+ ΔSBO vuông tại O và có: $SB = a\sqrt{2},\ OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

+ Do đó: $\sin\varphi = \dfrac{OB}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^o$

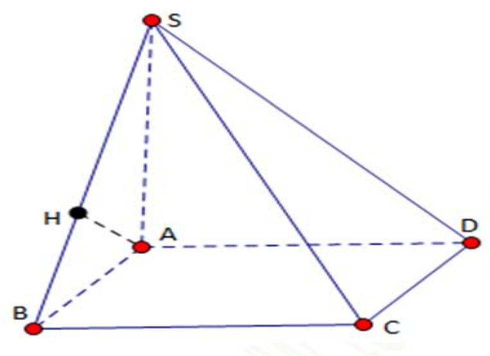


Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 5, biết $SA = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AD là

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{2}$.

Chọn B

Lời giải



Kẻ $AH \perp SB$

Ta có $\begin{cases} AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$ suy ra $AD \perp AH$

$\Rightarrow d(AD, SB) = AH$ mà $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{5^2} + \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{2}{25} \Rightarrow AH = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(AD, SB) = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm $I\ 2;3;-1$ và cắt đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z}{1}$ tại hai điểm *A, B* với $AB = 8$.

A. $x-2\ ^2 + \ y-3\ ^2 + \ z+1\ ^2 = 76$. **B.** $x-2\ ^2 + \ y+3\ ^2 + \ z+1\ ^2 = 76$.

C. $x-2\ ^2+\ y-3\ ^2+\ z+1\ ^2=28$. **D.** $x-2\ ^2+\ y-3\ ^2+\ z+1\ ^2=28$

Chọn C

Lời giải

Chọn $M\ -1;1;0\ \in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{IM}=\ -3;-2;1$. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=\ 1;-4;1$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]=\ 2;4;14\ \Rightarrow \text{d}\ I,\Delta\ =\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}=2\sqrt{3}$.

Gọi R là bán kính mặtcầu (S). Theo giả thiết : $R=\sqrt{\left[\text{d}\ I,\Delta\ \right]^2+\dfrac{AB^2}{4}}=2\sqrt{7}.$

Vậy (S): $x-2\ ^2+\ y-3\ ^2+\ z+1\ ^2=28$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d song song với $(P):x+y-2z+5=0$ và cắt hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ lần lượt tại A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $x-1=y-2=z-2.$ **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}.$

C. $x+1=y+2=z+2.$ **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{1}.$

Chọn A

Lời giải

Gọi $A=d\cap\Delta_1,B=d\cap\Delta_2$

$A\in\Delta_1\Rightarrow A(-1+a;-2+2a;a)$

$B\in\Delta_2\Rightarrow B(2+2b;1+b;1+b)$

$\overrightarrow{AB}=(-a+2b+3;-2a+b+3;-a+b+1)$

$d\,//\,(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow b=a-4$

$\overrightarrow{AB}=(a-5;-a-1;-3)$

$AB=\sqrt{2(a-2)^2+27}\ge3\sqrt{3};\forall a\in\mathbb{R}$

Do đó AB ngắn nhất khi $a=2\ \Rightarrow A(1;2;2),B(-2;-1;-1)$

$\overrightarrow{AB}=(-3;-3;-3)$

d đi qua điểm $A(1;2;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(1;1;1)$

Vậy phương trình của đường thẳng d là $x-1=y-2=z-2$

Câu 39. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ và $f\left(x\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f'(9) = 0$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-1996;1996]$ để hàm số $y = e^{-x^2+mx+1} f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(3;9\right)$

A. 1978. **B.** 1980. **C.** 1979. **D.** 1989.

Chọn C

Lời giải

$y = e^{-x^2+mx+1} f\left(x\right) \Rightarrow y' = e^{-x^2+mx+1}\left[\left(-2x+m\right) f\left(x\right) + f'\left(x\right)\right]$

Hàm số đồng biến trên $\left(3;9\right)$ thì $y' \ge 0, \forall x \in \left(3;9\right) \Leftrightarrow \left(-2x+m\right).f(x) + f'(x) \ge 0, \forall x \in \left(3;9\right)$ (1).

Vì $f\left(x\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên (1) $\Leftrightarrow m \ge 2x - \dfrac{f'(x)}{f(x)} = g(x), \forall x \in \left(3;9\right)$.

Xét hàm số $g(x) = 2x - \dfrac{f'(x)}{f(x)}, \forall x \in \left(3;9\right)$ ta có $g'\left(x\right) = 2 - \dfrac{f''\left(x\right).f\left(x\right) - \left[f'\left(x\right)\right]^2}{\left[f\left(x\right)\right]^2}$

Theo BBT của hàm số $f'(x)$ ta thấy $\forall x \in \left(3;9\right)$ thì $f''(x) < 0$ nên

$$f''\left(x\right) f\left(x\right) - \left[f'\left(x\right)\right]^2 < 0 \left(f\left(x\right) > 0, \forall x \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \frac{f''(x).f(x) - \left[f'(x)\right]^2}{\left[f(x)\right]^2} < 0,\ \forall x \in (3;9)$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2 - \frac{f''(x).f(x) - \left[f'(x)\right]^2}{\left[f(x)\right]^2} > 0, \forall x \in (3;9)$$

$\Rightarrow y = g\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(3;9\right)$

Do đó để $m \ge 2x - \dfrac{f'(x)}{f(x)} = g(x), \forall x \in \left(3;9\right)$ thì $m \ge \max\limits_{[3,9]} g(x) = g(9) = 18$

Do $m \in [-1996;1996]$ nên $m \in [18;1996]$

Có 1979 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Số giá trị nguyên của $m \in \left(-2021;2021\right)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b + 1}$ với mọi a, b thỏa mãn $b > a \ge 3$ là:

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 4041.

Chọn A

Lời giải

+ Đặt $\sqrt{\log_a b} = x$, $x > 1 \Rightarrow b = a^{x^2}$.

+ Khi đó ta có: $2.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 1 \Leftrightarrow 2.a^x - \left(a^{x^2}\right)^{\frac{1}{x}} > m.x + 1 \Leftrightarrow \dfrac{a^x - 1}{x} > m$.

+ Xét hàm số $f(x) = \dfrac{a^x - 1}{x}$ với $x > 1$.

+ $f'(x) = \dfrac{a^x \ln a.x - a^x + 1}{x^2} > 0 \quad \forall x \in (1; +\infty)$ nên $f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bảng biến thiên

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$a-1$ $\nearrow$	$+\infty$

+ Dựa vào BBT suy ra: $m < f(x) \ \forall x > 1 \Leftrightarrow m \le a - 1$.

+ Vì $a \ge 3$ nên $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi a, b thỏa mãn $b > a \ge 3$ khi $m \le 2$.

+ Vậy trong khoảng $(-2021; 2021)$ có 2023 số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán

Câu 41. Cho $\int \dfrac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^5} dx = -\dfrac{(2\sin x + 2\cos x + 1)^m}{6(\sin x + \cos x + 2)^n} + C$ với $m, n \in \mathbb{N}$. Tính $A = 2003m + 2021n$.

A. $A = 4024$. **B.** $A = 0$ **C.** $A = 10087$. **D.** $A = 10033$.

Chọn C

Lời giải

Ta có: $\dfrac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^5} = \dfrac{(\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)}{(\sin x + \cos x + 2)^5}$

Đặt $u = \sin x + \cos x + 2 \Rightarrow du = (\cos x - \sin x)dx$

$$\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^5} dx = \int \frac{(u-2)}{u^5} du = -\frac{1}{3u^3} + \frac{1}{2u^4} + C = -\frac{2u-3}{6u^4} + C = -\frac{2\sin x + 2\cos x + 1}{6(\sin x + \cos x + 2)^4} + C$$

$\Rightarrow m = 1; n = 4 \Rightarrow A = 10087$

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{1+2i} + \bar{z} = 3$. Phần thực của số phức $w = 1 + 2z - 4z^2$ là

A. - 20 **B.** 33 **C.** 20 **D.** -33

Chọn A.

Gọi $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$

$$\frac{z}{1+2i} + \bar{z} = 3 \Leftrightarrow z + \bar{z}.(1+2i) = 3 + 6i \Leftrightarrow x + yi + (x - yi)(1+2i) = 3 + 6i$$

$$2x + 2y + 2xi = 3 + 6i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

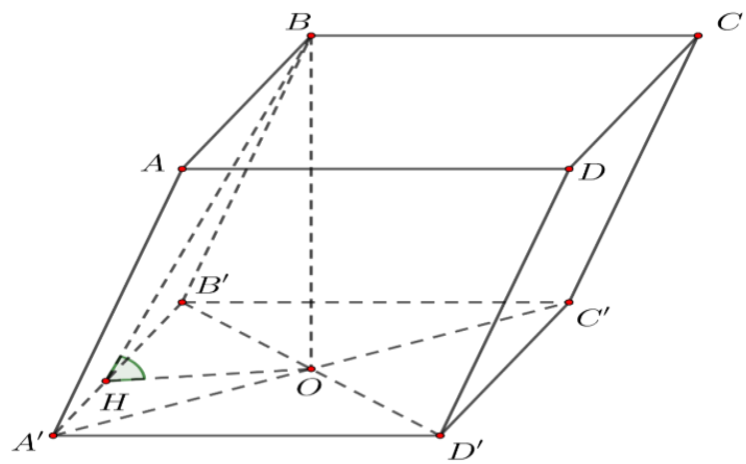
$$\Rightarrow z = 3 - \frac{3}{2}i \Rightarrow \mathrm{w} = 1 + 2z - 4z^2 = -20 + 33i$$

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $3a$, $BD = 4a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn C

Lời giải



Do $(DCC'D') // (ABB'A')$ và $(ABCD) // (A'B'C'D')$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và $(ABB'A')$ và bằng góc OHB với H là hình chiếu của O lên $A'B'$.

Trong $\Delta A'OD'$ có

$$OA'^2 = A'D'^2 - OD'^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow OA' = a\sqrt{5} \Rightarrow A'C' = 2a\sqrt{5}.$$

Ta có $OH.A'B' = OA'.OB' \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{5}.2a}{3a} = \dfrac{2\sqrt{5}a}{3}$.

$$\cos\alpha = \frac{OH}{BH} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow BH = \frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{2\sqrt{5}a}{3} = 2a.$$

$BO=\sqrt{BH^2-OH^2}=\sqrt{4a^2-\frac{20a^2}{9}}=\frac{4a}{3}$.

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD=\frac{1}{2}2a\sqrt{5}.4a=4\sqrt{5}a^2$.

Vậy $V=4\sqrt{5}a^2.\frac{4a}{3}=\frac{16\sqrt{5}a^3}{3}$.

Câu 44. Anh H điều khiển xe gắn máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=7t\,(m/s)$.Đi được $5(s)$ a nh H phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, xe máy tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-70\,(m/s^2)$. Quãng đường $S\ (m)$ đi được của xe máy từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần với giá trị nào nhất?

A. $S=68(m)$. **B.** $S=96(m)$. **C.** $S=98(m)$. **D.** $S=86(m)$.

Chọn B

Lời giải

Quãng đường xe máy đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh:

$$S_1=\int_0^5 v_1(t)\mathrm{d}t=\int_0^5 7t\mathrm{d}t=7\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^5=87,5\text{ (m)}.$$

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của xe máy từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thoả mãn

$v_2(t)=\int(-70)\mathrm{d}t=-70t+C$, $v_2(5)=v_1(5)=35\Rightarrow C=385$. Vậy $v_2(t)=-70\text{t}+385$.

Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thoả mãn $v_2(t)=0\Leftrightarrow t=5,5$ (s).

Quãng đường xe máy đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$$S_2=\int_5^{5,5} v_1(t)\mathrm{d}t=\int_5^{5,5}(-70t+385)\mathrm{d}t=8,75\text{ (m)}.$$

Quãng đường cần tính $S=S_1+S_2=96,25$ (m).

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+3m=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+6y-8z-7=0$. Tích các giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $6\pi\sqrt{2}$.

A. 0. **B.** $-6\sqrt{2}$. **C.** -18. **D.** 1.

Chọn C

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;4)$ và bán kính $R=6$.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P).

Khi đó $IH = d\left(I,(P)\right) = \dfrac{|2-2.(-3)-2.4+3m|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} = \dfrac{3|m|}{3} = |m|$.

Đường tròn (T) có chu vi là $6\pi\sqrt{2}$ nên có bán kính là $r = \dfrac{6\pi\sqrt{2}}{2\pi} = 3\sqrt{2}$.

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $6\pi\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow IH = \sqrt{R^2-r^2} \Leftrightarrow |m| = \sqrt{36-18} \Leftrightarrow |m| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 3\sqrt{2} \\ m_2 = -3\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Vậy $m_1.m_2 = -18$

Câu 46. Cho hàmsố $y = f\ \ x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số: $g(x) = f\left(x^2 - 2|x| + m\right)$ có không quá 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 11. **C.** 8. **D.** 15.

Chọn B

Lời giải

Xét hàm số $h\ \ x\ = f\ \ x^2 - 2x + m$

Ta có: $h'\ \ x\ = \ 2x-2\ .f'\ \ x^2-2x+m\ = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2-2x+m = -1 \\ x^2-2x+m = 1 \\ x^2-2x+m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ \ x-1\ ^2 = -m \\ \ x-1\ ^2 = 2-m \\ \ x-1\ ^2 = 4-m \end{array}\right.$$

Nhận xét: Từ BBT ta thấy $h\ \ x$ không đổi dấu khi qua $x = x_0$ là nghiệm phươngtrình

$\ x-1\ ^2 = 2-m$

+ Trường hợp 1: $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$

Khi đó, hàm số $h\ \ x$ có ít nhất 3 điểm cực trị dương.

Suy ra hàm số $h\ \ |\ x\ |$ có ít nhất 7 điểm cực trị nên không thỏa mãn YCBT.

+ Trường hợp 2: $-m < 0 < 4 - m \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Khi đó, hàm số $h\ \ x$ có ít nhất 2 điểm cực trị dương, suy ra hàm số $h\ \ |x|$ có ít nhất 5 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021 để phương trình $\log_2\left(\dfrac{\sqrt{2x^2+mx+2}}{x+1}\right)+\sqrt{2x^2+mx+2}=x+1$ có đúng một nghiệm thực?

A. 2017. **B.** 2016. **C.** 2010. **D.** 2018.

Chọn A

Lời giải

Điều kiện của phương trình là $\begin{cases} x > -1 \\ 2x^2+mx+2 > 0 \end{cases}$

Xét phương trình

$$\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2+mx+2}}{x+1}\right)+\sqrt{2x^2+mx+2}=x+1$$

$$\Leftrightarrow \log_2\sqrt{2x^2+mx+2}+\sqrt{2x^2+mx+2}=\log_2(x+1)+(x+1) \qquad (*)$$

Xét hàm số $y=\log_2 t+t$ trên $(0;+\infty)$ ta có $y'=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0 \quad \forall t\in(0;+\infty)$

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Rightarrow$ PT (*) $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+mx+2}=x+1 \Leftrightarrow x^2+(m-2)x+1=0 \Leftrightarrow mx=-x^2+2x-1$

Ta thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình nên PT $\Leftrightarrow m=\dfrac{-x^2+2x-1}{x}$

Xét hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x}$ trên $(-1;+\infty)\setminus\{0\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{1-x^2}{x^2}$

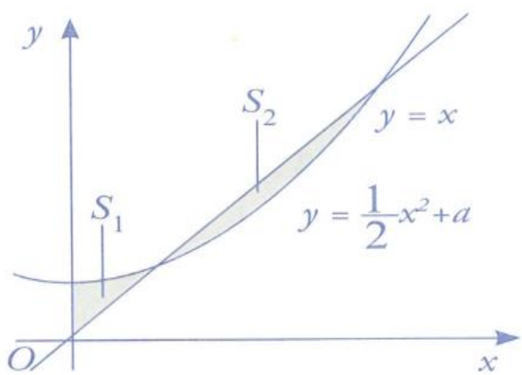
Ta có bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	4	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Vậy phương trình có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m=0 \end{array}\right.$

Mà $m \in \mathbb{Z}_{+}^{*}, m<2021 \Rightarrow m \in \{5;6;7;8;9;...,2020\} \Rightarrow$ có 2016 số.

Câu 48. Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\frac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được bôi đậm trong hình vẽ dưới đây:



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộckhoảngnàodướiđây?

A. $\left(\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{5};\frac{3}{7}\right)$.

Chọn C

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2+a=x \Leftrightarrow x^2-2x+2a=0$ (1).

Phương trình trên có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2a>0 \\ 2>0 \\ 2a>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{1}{2}$

Khi $0<a<\frac{1}{2}$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1<x_2$,

$$S_1=S_2 \Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2+a-x\right)dx=\int_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{1}{2}x^2-a+x\right)dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2=-\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2+\frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2=0 \Leftrightarrow x_2^2+6a-3x_2=0. \qquad (2)$$

Từ (1) suy ra $2a=-x_2^2+2x_2$, thế vào (2) ta được: $2x_2^2-3x_2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2=0\,(l) \\ x_2=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

$$\Rightarrow a=\frac{3}{8}=0,375\in\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right).$$

Câu 49. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z-i$.

A. $|z-i|=2\sqrt{41}$. **B.** $|z-i|=3\sqrt{5}$. **C.** $|z-i|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z-i|=\sqrt{41}$.

Chọn D

Lời giải

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$. Do đó số phức z có điểm biểu diễn là điểm $A(x;y)$

Ta có: $|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=5$ nên A thuộc đường tròn (C) tâm $I(3;4)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Mặt khác: $M=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-\left[x^2+(y-1)^2\right]=4x+2y+3\Leftrightarrow 4x+2y+3-M=0(1)$

Từ (1) suy ra $A\in\Delta: 4x+2y+3-M=0$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên điểm đường thẳng d và đường tròn (C) có điểm chung

$$\Leftrightarrow d(I;\Delta)\le R\Leftrightarrow \frac{|23-M|}{2\sqrt{5}}\le\sqrt{5}\Leftrightarrow |23-M|\le 10\Leftrightarrow 13\le M\le 33$$

$$\Rightarrow M_{\max}=33\Leftrightarrow \begin{cases}4x+2y-30=0\\(x-3)^2+(y-4)^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=5\end{cases}\Rightarrow z-i=5+4i\Rightarrow |z-i|=\sqrt{41}.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ và các điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2})$, $B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Chọn C

Lời giải

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm $I(-1;-2;0)$, bán kính $R=2$.

Gọi $M(x;y;z)$ ta được $MA^2=(x+2)^2+y^2+\left(z+2\sqrt{2}\right)^2=x^2+y^2+z^2+4x+4\sqrt{2}z+12$.

và $\begin{cases}\overrightarrow{MO}=(-x;-y;-z)\\ \overrightarrow{MB}=(-4-x;-4-y;-z)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MO}=x^2+y^2+z^2+4x+4y$.

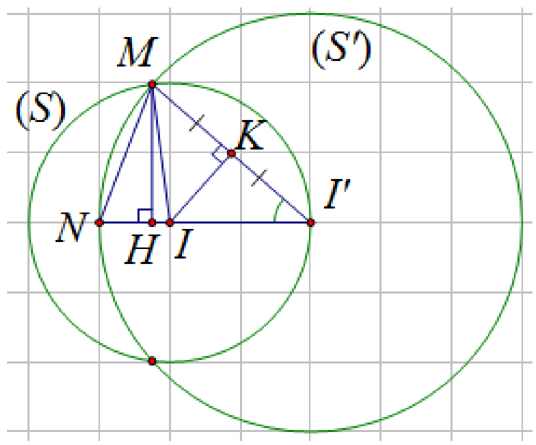
Ta có $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2+8x+4y+4\sqrt{2}z-4=0$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x+2y+2\sqrt{2}z-2=0$.

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') tâm $I'\left(-2;-1;-\sqrt{2}\right)$, bán kính $R'=3$.

Nên $M\in(S)\cap(S')$ là đường tròn (C) có tâm H là hình chiếu của M lên II'.

Vì $II'=2$ nên $I'\in(S)$.



Gọi K là trung điểm của $I'M$ ta có $IK=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Mà $\sin MI'I=\dfrac{MH}{I'M}=\dfrac{IK}{II'}$ suy ra $MH=\dfrac{I'M.IK}{II'}=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

Vậy bán kính của đường tròn (C) là $r=MH=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

....