

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 001

- Câu 1.** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?  
**A.**  $5!$ .                      **B.**  $A_5^3$ .                      **C.**  $C_5^3$ .                      **D.**  $5^3$ .
- Câu 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = 3$ . Giá trị của  $u_3$  bằng  
**A.** 6.                      **B.** 9.                      **C.** 4.                      **D.** 5.
- Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A.**  $(-2; 2)$ .                      **B.**  $(0; 2)$ .                      **C.**  $(-2; 0)$ .                      **D.**  $(2; +\infty)$ .
- Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$	3	$+\infty$

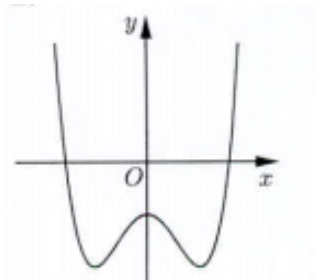
Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A.**  $x = -3$ .                      **B.**  $x = 1$ .                      **C.**  $x = 2$ .                      **D.**  $x = -2$ .
- Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+

Hàm số  $f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

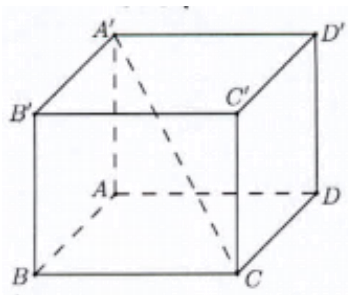
- A.** 4.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 3.
- Câu 6.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  là đường thẳng:  
**A.**  $x = 1$ .                      **B.**  $x = -1$ .                      **C.**  $x = 2$ .                      **D.**  $x = -2$ .
- Câu 7.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.**  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .      **B.**  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .      **C.**  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .      **D.**  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ .

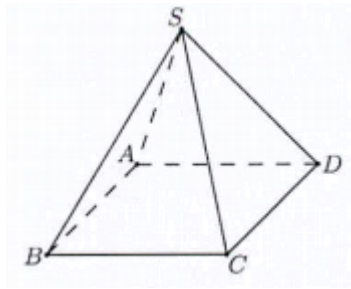
- Câu 8.** Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  
**A.** 0.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** -2.
- Câu 9.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(9a)$  bằng  
**A.**  $\frac{1}{2} + \log_3 a$ .                      **B.**  $2\log_3 a$                       **C.**  $(\log_3 a)^2$ .                      **D.**  $2 + \log_3 a$ .
- Câu 10.** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^x$  là  
**A.**  $y' = 2^x \ln 2$ .                      **B.**  $y' = 2^x$ .                      **C.**  $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$ .                      **D.**  $y' = x2^{x-1}$ .
- Câu 11.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng  
**A.**  $a^6$ .                      **B.**  $a^{\frac{3}{2}}$ .                      **C.**  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      **D.**  $a^{\frac{1}{6}}$ .
- Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $5^{2x-4} = 25$  là:  
**A.**  $x = 3$ .                      **B.**  $x = 2$ .                      **C.**  $x = 1$ .                      **D.**  $x = -1$ .
- Câu 13.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x) = 3$  là:  
**A.**  $x = 3$ .                      **B.**  $x = 2$ .                      **C.**  $x = \frac{8}{3}$ .                      **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .
- Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 - 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?  
**A.**  $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$ .                      **B.**  $\int f(x) dx = x^3 - x + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$ .                      **D.**  $\int f(x) dx = x^3 - C$ .
- Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?  
**A.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .                      **B.**  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$ .                      **D.**  $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$ .
- Câu 16.** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 5$  và  $\int_2^3 f(x) dx = -2$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng  
**A.** 3.                      **B.** 7.                      **C.** -10.                      **D.** -7.
- Câu 17.** Tích phân  $\int_1^2 x^3 dx$  bằng  
**A.**  $\frac{15}{3}$ .                      **B.**  $\frac{17}{4}$ .                      **C.**  $\frac{7}{4}$ .                      **D.**  $\frac{15}{4}$ .
- Câu 18.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 3 + 2i$  là:  
**A.**  $\bar{z} = 3 - 2i$ .                      **B.**  $\bar{z} = 2 + 3i$ .                      **C.**  $\bar{z} = -3 + 2i$ .                      **D.**  $\bar{z} = -3 - 2i$ .
- Câu 19.** Cho số phức  $z = 3 + i$  và  $w = 2 + 3i$ . Số phức  $z - w$  bằng  
**A.**  $1 + 4i$ .                      **B.**  $1 - 2i$ .                      **C.**  $5 + 4i$ .                      **D.**  $5 - 2i$ .
- Câu 20.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $3 - 2i$  có tọa độ là  
**A.**  $(2; 3)$ .                      **B.**  $(-2; 3)$ .                      **C.**  $(3; 2)$ .                      **D.**  $(3; -2)$ .
- Câu 21.** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng  
**A.** 10.                      **B.** 30.                      **C.** 90.                      **D.** 15.
- Câu 22.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng  
**A.** 14.                      **B.** 42.                      **C.** 126.                      **D.** 12.
- Câu 23.** Công thức tính thể tích  $V$  của khối nón có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$  là:  
**A.**  $V = \pi rh$ .                      **B.**  $V = \pi r^2 h$ .                      **C.**  $V = \frac{1}{3} \pi rh$ .                      **D.**  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ .

- Câu 24.** Một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4\text{ cm}$  và độ dài đường sinh  $l = 3\text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng
- A.  $12\pi\text{ cm}^2$ .                      B.  $48\pi\text{ cm}^2$ .                      C.  $24\pi\text{ cm}^2$ .                      D.  $36\pi\text{ cm}^2$ .
- Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là
- A.  $(4;2;2)$ .                      B.  $(2;1;1)$ .                      C.  $(2;0;-2)$ .                      D.  $(1;0;-1)$ .
- Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$  có bán kính bằng
- A. 9.                      B. 3.                      C. 81.                      D. 6.
- Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(1;-2;1)$ ?
- A.  $(P_1): x + y + z = 0$ .                      B.  $(P_2): x + y + z = 0$ .  
C.  $(P_3): x - 2y + z = 0$ .                      D.  $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$ .
- Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và điểm  $M(1;-2;1)$ ?
- A.  $\vec{u}_1 = (1;1;1)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (1;2;1)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (0;1;0)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$ .
- Câu 29.** Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng
- A.  $\frac{7}{8}$ .                      B.  $\frac{8}{15}$ .                      C.  $\frac{7}{15}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 30.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .                      B.  $y = x^2 + 2x$ .                      C.  $y = x^3 - x^2 + x$ .                      D.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .
- Câu 31.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  trên đoạn  $[0;2]$ . Tổng  $M + m$  bằng?
- A. 11.                      B. 14.                      C. 5.                      D. 13.
- Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{4-x^2} \geq 27$  là
- A.  $[-1;1]$ .                      B.  $(-\infty;1]$ .                      C.  $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$ .                      D.  $[1;+\infty)$ .
- Câu 33.** Nếu  $\int_1^3 [2f(x)+1] dx = 5$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng
- A. 3.                      B. 2.                      C.  $\frac{3}{4}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 34.** Cho số phức  $z = 3+4i$ . Môđun của số phức  $(1+i)z$  bằng
- A. 50.                      B. 10.                      C.  $\sqrt{10}$ .                      D.  $5\sqrt{2}$ .
- Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AD = 2$  và  $AA' = 2\sqrt{2}$  (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng  $CA'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



- A.**  $\sqrt{7}$ .                      **B.** 1.                      **C.** 7.                      **D.**  $\sqrt{11}$ .

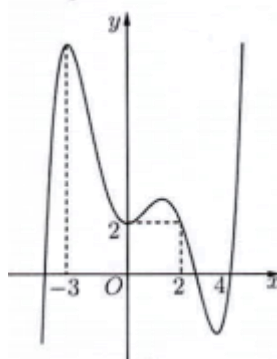
**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm là gốc tọa độ  $O$  và đi qua điểm  $M(0;0;2)$  có phương trình là:

- A.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .                      **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ .                      **D.**  $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$ .

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(2;-1;1)$  có phương trình tham số là:

- A.**  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$ .                      **B.**  $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$ .                      **C.**  $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$ .                      **D.**  $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x)$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(2x) - 4x$  trên đoạn  $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$  bằng



- A.**  $f(0)$ .                      **B.**  $f(-3)+6$ .                      **C.**  $f(2)-4$ .                      **D.**  $f(4)-8$ .

**Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  có không quá 10 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$ ?

- A.** 1024.                      **B.** 2047.                      **C.** 1022.                      **D.** 1023.

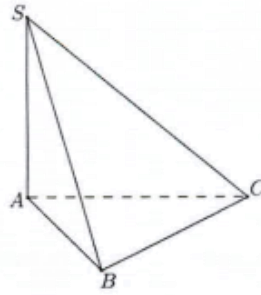
**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$  bằng

- A.**  $\frac{23}{3}$ .                      **B.**  $\frac{23}{6}$ .                      **C.**  $\frac{17}{6}$ .                      **D.**  $\frac{17}{3}$ .

**Câu 42.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$  và  $(z+2i)(\bar{z}-2)$  là số thuần ảo?

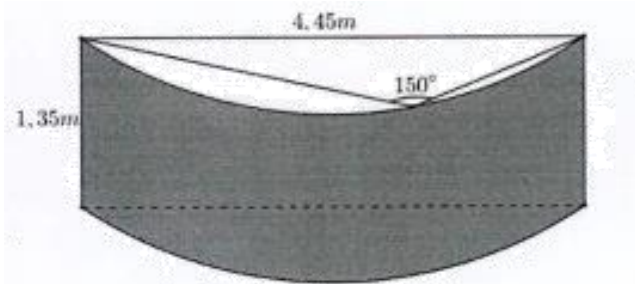
- A.** 1.                      **B.** 0.                      **C.** 2.                      **D.** 4.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $45^\circ$  (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng



- A.  $\frac{a^3}{8}$ .                      B.  $\frac{3a^3}{8}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .                      D.  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 44.** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của  $1m^2$  kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?



- A. 23.591.000 đồng.    B. 36.173.000 đồng.    C. 9.437.000 đồng.    D. 4.718.000 đồng.

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ ,  $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ . Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , đồng thời cắt cả  $d_1$  và  $d_2$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$ .                      B.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ .                      D.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Câu 46.** Cho  $f(x)$  là hàm số bậc bốn thỏa mãn  $f(0) = 0$ . Hàm số  $f'(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$-1$	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

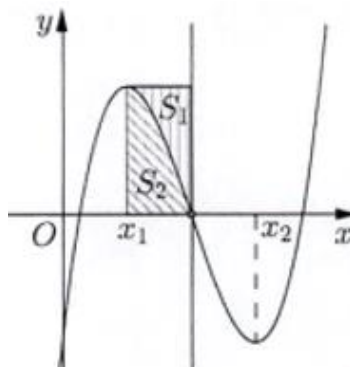
Hàm số  $g(x) = |f(x^3) - 3x|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 47.** Có bao nhiêu số nguyên  $a (a \geq 2)$  sao cho tồn tại số thực  $x$  thỏa mãn  $(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2$ ?

- A. 8.                      B. 9.                      C. 1.                      D. Vô số

**Câu 48.** Có bao nhiêu hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_2) = 0$ . Gọi điểm  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{5}{8}$ .                      C.  $\frac{3}{8}$ .                      D.  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 49.** Xét hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 1, |z_2| = 2$  và  $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$ . Giá trị lớn nhất của  $|3z_1 + z_2 - 5i|$  bằng

- A.  $5 - \sqrt{19}$ .                      B.  $5 + \sqrt{19}$ .                      C.  $-5 + 2\sqrt{19}$ .                      D.  $5 + 2\sqrt{19}$ .

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2,1,3)$  và  $B(6;5;5)$ . Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh  $A$ , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $AB$ . Khi  $(N)$  có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của  $(N)$  có phương trình dạng  $2x + by + cz + d = 0$ . Giá trị của  $b + c + d$  bằng

- A.  $-21$ .                      B.  $-12$ .                      C.  $-18$ .                      D.  $-15$ .

-----HẾT-----

**LỜI GIẢI ĐỀ THI THAM KHẢO**  
**TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG MÔN TOÁN NĂM 2021**

**1. Bảng đáp án**

<i>1C</i>	<i>2D</i>	<i>3B</i>	<i>4D</i>	<i>5A</i>	<i>6A</i>	<i>7B</i>	<i>8C</i>	<i>9D</i>	<i>10A</i>	<i>11B</i>	<i>12A</i>	<i>13C</i>	<i>14B</i>	<i>15A</i>
<i>16A</i>	<i>17D</i>	<i>18A</i>	<i>19B</i>	<i>20D</i>	<i>21A</i>	<i>22B</i>	<i>23D</i>	<i>24C</i>	<i>25B</i>	<i>26B</i>	<i>27A</i>	<i>28D</i>	<i>29C</i>	<i>30C</i>
<i>31D</i>	<i>32A</i>	<i>33D</i>	<i>34D</i>	<i>35B</i>	<i>36A</i>	<i>37B</i>	<i>38A</i>	<i>39C</i>	<i>40A</i>	<i>41B</i>	<i>42C</i>	<i>43A</i>	<i>44C</i>	<i>45A</i>
<i>46A</i>	<i>47A</i>	<i>48D</i>	<i>49B</i>	<i>50C</i>										

**2. Phân tích sơ bộ**

a. Cấu trúc đề (số câu từng chương)

- |   |     |
|---|-----|
| (1) Chương ứng dụng đạo hàm:                | 10. |
| (2) Chương Hàm số lũy thừa, mũ & logarit:   | 8.  |
| (3) Chương Nguyên hàm & tích phân:          | 7.  |
| (4) Chương Số phức:                         | 6.  |
| (5) Chương thể tích khối đa diện:           | 3.  |
| (6) Chương Khối tròn xoay:                  | 3.  |
| (7) Chương hình giải tích trong không gian: | 8.  |
| (8) Lớp 11:                                 |     |
| + Đại số & giải tích:                       | 3.  |
| + Hình học:                                 | 2.  |

b. Nhận xét.

- Có 35 câu mức nhận biết và thông hiểu, học sinh chỉ cần nắm vững nền tảng kiến thức đã được học là có thể làm được.

- Các câu vận dụng cao thuộc về các phần: (1), (2), (3), (4), (7). Các câu vận dụng có khoảng 10 câu và có đủ ở các phần. Các câu này đều thuộc các dạng bài quen thuộc mà các trường THPT cho học sinh thi thử như: min – max hàm hợp, thể tích khối chóp, tìm số phức thỏa mãn điều kiện cho trước.

- Nội dung của lớp 11 chiếm 10%, các câu mức độ nhận biết và thông hiểu.

- Không có xuất hiện phần: lượng giác, bài toán vận tốc, bài toán lãi suất, phương trình tiếp tuyến, khoảng cách đường chéo nhau.

- Về 5 câu khó nhất (vận dụng cao): câu 46, biện luận số cực trị của hàm chứa giá trị tuyệt đối là khó nhất đề, đòi hỏi thực hiện nhiều bước; câu 47, 48, 49 đòi hỏi các kinh nghiệm nhất định ở dạng này để chọn hướng tiếp cận mới xử lý nhanh gọn được, câu 50 có nét mới là kết hợp nhiều chương: khối tròn xoay, tìm giá trị lớn nhất và hình giải tích Oxyz.

**3. Lời giải chi tiết.**

**Câu 1.** Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. 5!.                      B.  $A_5^3$ .                      C.  $C_5^3$ .                      D.  $5^3$ .

Đáp án C.

Đây chính là tổ hợp chập 3 của 5, việc chọn học sinh ra không có tính thứ tự.

**Câu 2.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = 3$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.

Đáp án D.

Công sai  $d = u_2 - u_1 = 2$  nên  $u_3 = u_2 + d = 5$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-1$	$1$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A.  $(-2; 2)$ .B.  $(0; 2)$ .C.  $(-2; 0)$ .D.  $(2; +\infty)$ .Đáp án B.

Ta thấy trên  $(0; 2)$  thì  $f'(x) > 0$  và mũi tên có chiều hướng lên.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-3$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A.  $x = -3$ .B.  $x = 1$ .C.  $x = 2$ .D.  $x = -2$ .Đáp án D.

Vì  $f'(x)$  đổi dấu từ  $+$  sang  $-$  khi hàm số qua  $x = 2$  nên  $x_{CD} = -2$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$5$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Đáp án A

Ta thấy  $f'(x)$  đổi dấu khi qua cả 4 số  $x = -2, x = 1, x = 3, x = 5$  nên chúng đều là các điểm cực trị của hàm số  $f(x)$ .

**Câu 6.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  là đường thẳng:

A.  $x = 1$ .B.  $x = -1$ .C.  $x = 2$ .D.  $x = -2$ .Đáp án A.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+4}{x-1} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+4}{x-1} = +\infty$  nên  $x = 1$  là tiệm cận đứng.

**Câu 7.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$  là đường thẳng:

A.  $x = 1$ .B.  $x = -1$ .C.  $x = 2$ .D.  $x = -2$ .Đáp án B.



Đây chính là dạng đồ thị hàm trùng phương có hệ số cao nhất dương, có ba điểm cực trị và cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Khi đó chỉ có  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  là thỏa mãn.

**Câu 8.** Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. -2.

Đáp án C.

Để tìm tọa độ của giao điểm với trục tung, ta cho  $x = 0$ .

**Câu 9.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(9a)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} + \log_3 a$ .                      B.  $2\log_3 a$                       C.  $(\log_3 a)^2$ .                      D.  $2 + \log_3 a$ .

Đáp án D.

Ta có  $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$ .

**Câu 10.** Đạo hàm của hàm số  $y = 2^x$  là

- A.  $y' = 2^x \ln 2$ .                      B.  $y' = 2^x$ .                      C.  $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$ .                      D.  $y' = x2^{x-1}$ .

Đáp án A.

Áp dụng công thức  $(a^x)' = a^x \ln a$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

**Câu 11.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng

- A.  $a^6$ .                      B.  $a^{\frac{3}{2}}$ .                      C.  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      D.  $a^{\frac{1}{6}}$ .

Đáp án B.

Ta có  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$  với mọi  $a > 0$  và  $m, n \in \mathbb{Z}^+$ .

**Câu 12.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3}$  bằng

- A.  $a^6$ .                      B.  $a^{\frac{3}{2}}$ .                      C.  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      D.  $a^{\frac{1}{6}}$ .

Đáp án A.

Ta có  $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$ .

**Câu 13.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x) = 3$  là:

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = \frac{8}{3}$ .                      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

Đáp án C.

Ta có  $\log_3(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 - 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = x^3 - x + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = x^3 - C$ .

Đáp án B.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản:  $\int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C.  $\int f(x)dx = 2 \sin 2x + C.$

D.  $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C.$

Đáp án A.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản:  $\int \cos(2x)dx = \frac{1}{2} \sin(2x) + C.$

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C.  $\int f(x)dx = 2 \sin 2x + C.$

D.  $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C.$

Đáp án A.

Ta có  $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = 5 - 2 = 3.$

**Câu 17.** Tích phân  $\int_1^2 x^3 dx$  bằng

A.  $\frac{15}{3}.$

B.  $\frac{17}{4}.$

C.  $\frac{7}{4}.$

D.  $\frac{15}{4}.$

Đáp án D.

Ta có  $\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2^4 - 1^4}{4} = \frac{15}{4}.$

**Câu 18.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 3 + 2i$  là:

A.  $\bar{z} = 3 - 2i.$

B.  $\bar{z} = 2 + 3i.$

C.  $\bar{z} = -3 + 2i.$

D.  $\bar{z} = -3 - 2i.$

Đáp án A.

Ta có:  $\overline{(a+bi)} = a-bi$  nên  $\bar{z} = 3 - 2i.$

**Câu 19.** Cho số phức  $z = 3 + i$  và  $w = 2 + 3i$ . Số phức  $z - w$  bằng

A.  $1 + 4i.$

B.  $1 - 2i.$

C.  $5 + 4i.$

D.  $5 - 2i.$

Đáp án B.

Ta có:  $z - w = (3 + i) - (2 + 3i) = 1 - 2i$

**Câu 20.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $3 - 2i$  có tọa độ là

A.  $(2; 3).$

B.  $(-2; 3).$

C.  $(3; 2).$

D.  $(3; -2).$

Đáp án D.

Điểm biểu diễn của số phức  $z = a + bi$  là điểm  $M(a, b)$  nên điểm biểu diễn số phức  $3 - 2i$  có tọa độ là  $(3; -2).$

**Câu 21.** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Đáp án A.

Thể tích khối chóp là  $\frac{1}{3}Sh$ , S là diện tích đáy, h là chiều cao nên  $V = \frac{6 \cdot 5}{3} = 10$

**Câu 22.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng

A. 14.

B. 42.

C. 126.

D. 12.

Đáp án B.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là  $2.3.7 = 42$ .

**Câu 23.** Công thức tính thể tích  $V$  của khối nón có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$  là:

- A.  $V = \pi rh$ .                      B.  $V = \pi r^2 h$ .                      C.  $V = \frac{1}{3} \pi rh$ .                      D.  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ .

Đáp án D.

**Câu 24.** Một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4 \text{ cm}$  và độ dài đường sinh  $l = 3 \text{ cm}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A.  $12\pi \text{ cm}^2$ .                      B.  $48\pi \text{ cm}^2$ .                      C.  $24\pi \text{ cm}^2$ .                      D.  $36\pi \text{ cm}^2$ .

Đáp án C.

Ta có:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.3 = 24\pi (\text{cm}^2)$

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$  và  $B(3;1;0)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(4;2;2)$ .                      B.  $(2;1;1)$ .                      C.  $(2;0;-2)$ .                      D.  $(1;0;-1)$ .

Đáp án B.

$$\text{Trung điểm } I \text{ của đoạn } AB \text{ có tọa độ: } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \Rightarrow I(2;1;1) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$$

**Câu 26.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$  có bán kính bằng

- A. 9.                      B. 3.                      C. 81.                      D. 6.

Đáp án B.

Phương trình mặt cầu tâm  $I(a, b, c)$ , bán kính  $R$  là:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

$\Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$ .

**Câu 27.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $M(1;-2;1)$ ?

- A.  $(P_1): x + y + z = 0$ .                      B.  $(P_2): x + y + z = 0$ .  
C.  $(P_3): x - 2y + z = 0$ .                      D.  $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$ .

Đáp án A.

Thay tọa độ điểm  $M$  vào các phương trình để kiểm tra.

**Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và điểm  $M(1;-2;1)$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1;1;1)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (1;2;1)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (0;1;0)$ .                      D.  $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$ .

Đáp án D.

Ta có đường thẳng đi qua  $O$  và  $M$  nên nhận  $\vec{OM} = (1;-2;1)$  là một vectơ chỉ phương.

**Câu 29.** Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

A.  $\frac{7}{8}$ .

B.  $\frac{8}{15}$ .

C.  $\frac{7}{15}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

Đáp án C.

Trong 15 số nguyên dương đầu tiên: 1,2,3,...,15 có số chẵn nên để chọn được số chẵn bằng  $\frac{7}{15}$ .

**Câu 30.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

B.  $y = x^2 + 2x$ .

C.  $y = x^3 - x^2 + x$ .

D.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .

Đáp án C.

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì phải xác định trên toàn bộ tập  $\mathbb{R} \Rightarrow$  loại đáp án A.

Trong các đáp án còn lại chỉ có đáp án C:  $(x^3 - x^2 + x)' = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x \Rightarrow y = x^3 - x^2 + x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Tổng  $M + m$  bằng?

A. 11.

B. 14.

C. 5.

D. 13.

Đáp án D.

Ta có:  $f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ .

Trên  $[0, 2]$  ta thấy  $f(0) = 3; f(1) = 2; f(2) = 11 \Rightarrow M = 11, m = 2 \Rightarrow M + m = 13$ .

**Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{4-x^2} \geq 27$  là

A.  $[-1; 1]$ .

B.  $(-\infty; 1]$ .

C.  $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$ .

D.  $[1; +\infty)$ .

Đáp án A.

Ta có:  $3^{4-x^2} \geq 27 \Leftrightarrow 4 - x^2 \geq 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ .

**Câu 33.** Nếu  $\int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 5$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

A. 3.

B. 2.

C.  $\frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

Đáp án D.

Áp dụng tích chất tích phân có:  $\int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 1 dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + 2 = 5 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{3}{2}$

**Câu 34.** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Môđun của số phức  $(1+i)z$  bằng

A. 50.

B. 10.

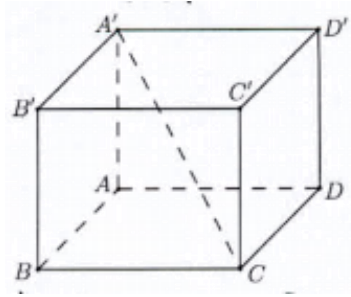
C.  $\sqrt{10}$ .

D.  $5\sqrt{2}$ .

Đáp án D.

Ta có:  $|(1+i)z| = |1+i||z| = 5\sqrt{2}$ .

**Câu 35.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AD = 2$  và  $AA' = 2\sqrt{2}$  (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng  $CA'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



A.  $30^\circ$ .

**B.**  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

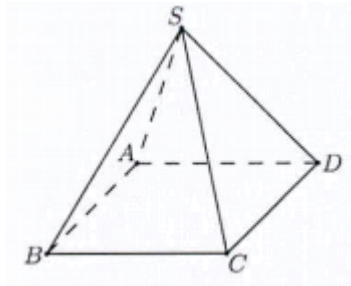
D.  $90^\circ$ .

Đáp án B.

Góc giữa đường thẳng  $CA'$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $\widehat{A'CA}$ .

Xét  $\triangle ABC$  có:  $\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = 1 \Rightarrow \widehat{A'CA} = 45^\circ$ .

**Câu 36.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng



**A.**  $\sqrt{7}$ .

B. 1.

C. 7.

D.  $\sqrt{11}$ .

Đáp án A.

Gọi tâm của đáy là O. Vì  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow d(S, (ABCD)) = SO$ .

Ta có:  $OA = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$  và  $SA = 3$  nên  $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3^2 - 2} = \sqrt{7}$ .

**Câu 37.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm là gốc tọa độ  $O$  và đi qua điểm  $M(0;0;2)$  có phương trình là:

A.  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .

**B.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

C.  $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ .

D.  $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$ .

Đáp án B.

Mặt cầu tâm là gốc tọa độ  $O$  và đi qua điểm  $M(0;0;2)$  nên  $OM = 3$  là bán kính mặt cầu

$\Rightarrow$  phương trình mặt cầu là:  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(2;-1;1)$  có phương trình tham số là:

**A.**  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -1+2t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 1+2t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+2t \\ z = 2-t \end{cases}$

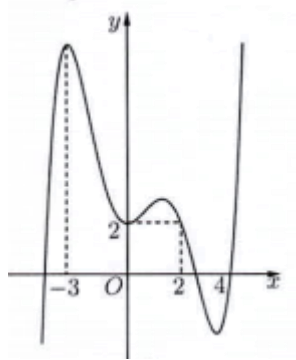
**D.**  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$

Đáp án A.

Đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2;-1)$  và  $B(2;-1;1)$  nên nhận  $\overline{AB}(1;-3;2)$  là vectơ chỉ phương

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases} .$$

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x)$ , đồ thị của hàm số  $y=f'(x)$  là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x)=f(2x)-4x$  trên đoạn  $\left[-\frac{3}{2};2\right]$  bằng



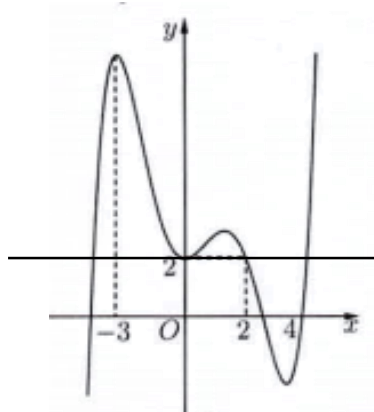
A.  $f(0)$ .

B.  $f(-3)+6$ .

C.  $f(2)-4$ .

D.  $f(4)-8$ .

Đáp án A.



$$\text{Đặt } t=2x(x \in [-3], 4) \Rightarrow h(t) = f(t) - 2t.$$

$$\text{Ta có: } h'(t) = f'(t) - 2 \Rightarrow h'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$$

$t$	-3		0		2		4
$h'(t)$		+	0	+	0	-	
$h(t)$							

Từ bảng biến thiên ta có:  $\max h(x) = h(2) = f(2) - 4$ .

**Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  có không quá 10 số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$ ?

A. 1024.

B. 2047.

C. 1022.

D. 1023.

Đáp án A.

Đặt  $t = 2^x > 0$  thì ta có bất phương trình  $(2t - \sqrt{2})(t - y) < 0 \Leftrightarrow \left(t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(t - y) < 0$ .

Vì  $y \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow y > \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < t < y \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < 2^x < y \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \log_2 y$ .

Vậy để có không quá 10 số nguyên  $x$  thỏa mãn bất phương trình thì  $\log_2 y \leq 10 \Leftrightarrow y < 2^{10} = 1024 \Rightarrow y \in \{1, 2, \dots, 1024\}$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx$  bằng

- A.  $\frac{23}{3}$ .                      B.  $\frac{23}{6}$ .                      C.  $\frac{17}{6}$ .                      D.  $\frac{17}{3}$ .

Đáp án B.

Đặt  $t = 2 \sin x + 1 \Rightarrow dt = 2 \cos x dx$ ;  $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 3 \end{cases}$

Ta có:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^2 (t^2 - 2t + 3) dt + \frac{1}{2} \int_2^3 (t^2 - 1) dt = \frac{23}{6}$ .

**Câu 42.** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$  và  $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$  là số thuần ảo?

- A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 4.

Đáp án C.

Đặt  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ).

Ta có:  $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2$ .

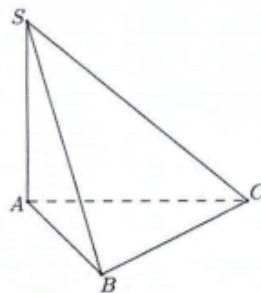
$(z + 2i)(\bar{z} - 2) = (a + (b + 2)i)(a - 2 - bi) = a(a - 2) + b(b + 2) + ((a - 2)(b + 2) - ab)i$ .

Để  $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$  là số thuần ảo thì  $a(a - 2) + b(b - 2) = 0$ .

Ta có hệ  $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a(a - 2) + b(b - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a - b = 1 \end{cases}$

Giải hệ ta được 2 nghiệm.

**Câu 43.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $45^\circ$  (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp  $S.ABC$  bằng



- A.  $\frac{a^3}{8}$ .                      B.  $\frac{3a^3}{8}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .                      D.  $\frac{a^3}{4}$ .

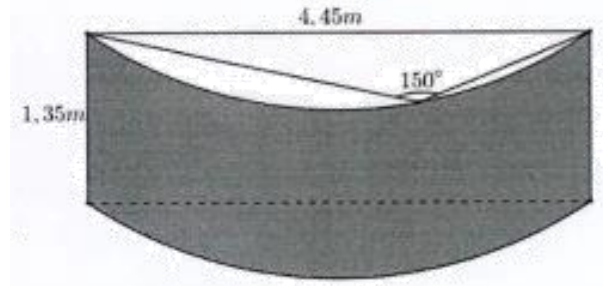
Đáp án A

Gọi M là trung điểm BC thì  $AM \perp BC$  và  $SA \perp BC$  nên  $BC \perp (SAM)$ . Từ đây dễ thấy góc cần tìm là  $\alpha = \angle ASM = 45^\circ$ . Do đó, tam giác SAM vuông cân tại A và  $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Suy ra  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$ .

**Câu 44.** Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của  $1m^2$  kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

- A. 23.591.000 đồng.
- B. 36.173.000 đồng.
- C. 9.437.000 đồng.
- D. 4.718.000 đồng.



Đáp án C

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ thì ta có  $4,45 = 2r \cdot \sin 150^\circ \Rightarrow r = 4,45$ . Từ đó suy ra góc ở tâm ứng với cung này là góc  $60^\circ$  và cung này bằng  $\frac{1}{6}$  chu vi đường tròn đáy.

Ta có diện tích xung quanh của các hình trụ là  $S_{xq} = 2\pi rh$  nên diện tích của tấm kính chính là  $\frac{1}{6} \cdot 2\pi rh = \frac{\pi rh}{3}$ . Do đó, giá tiền là  $1.500.000 \times \frac{\pi \cdot 4,45 \cdot 1,35}{3} \approx 9.437.000$  đồng.

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ ,  $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ . Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , đồng thời cắt cả  $d_1$  và  $d_2$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$ .
- B.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ .
- C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ .
- D.  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

Đáp án A

Gọi  $A(2a+1, a, -2a-1)$  và  $B(b+2, 2b, -b-1)$  lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với  $d_1, d_2$ . Ta có  $\overline{AB} = (b-2a+1, 2b-a, -b+2a)$  nên để  $d \perp (P)$  thì

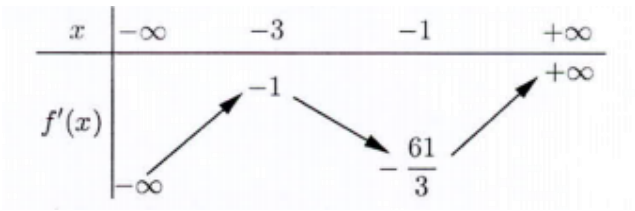
$$\frac{b-2a+1}{2} = \frac{2b-a}{2} = \frac{-b+2a}{-1}$$

Giải ra được  $(a, b) = (0, 1)$  nên  $\overline{AB} = (2; 2; -1)$  và  $A(1; 0; -1), B(3; 2; -2)$ . Từ đó viết được



$$(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$$

**Câu 46.** Cho  $f(x)$  là hàm số bậc bốn thỏa mãn  $f(0) = 0$ . Hàm số  $f'(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Hàm số  $g(x) = |f(x^3) - 3x|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 4.                                      D. 2.

**Đáp án A**

Ta có  $f''(x)$  bậc ba có 2 điểm cực trị là  $x = -3, x = -1$  nên  $f''(x) = a(x+3)(x+1)$ . Suy ra

$$f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) + b. \text{ Từ } f'(-3) = -1 \text{ và } f'(-1) = -\frac{61}{3}, \text{ giải ra } a = \frac{29}{2}, b = -1 \text{ hay}$$

$$f'(x) = \frac{29}{2}\left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right) - 1. \text{ Do đó } f'(0) = -1 < 0.$$

$$\text{Đặt } h(x) = f(x^3) - 3x \text{ thì } h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3 \text{ nên } h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}. (*)$$

Trên  $(-\infty; 0)$  thì  $f'(x) < 0$  nên  $f'(x^3) < 0, \forall x < 0$ , kéo theo (\*) vô nghiệm trên  $(-\infty; 0]$ .

Xét  $x > 0$  thì  $f'(x)$  đồng biến còn  $\frac{1}{x^2}$  nghịch biến nên (\*) có không quá 1 nghiệm. Lại có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2}\right) = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2}\right) = -\infty \text{ nên (*) có đúng nghiệm } x = c > 0$$

Xét bảng biến thiên của  $h(x)$ :

x	$-\infty$	0	c	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$		$h(c)$	$+\infty$

Vì  $h(0) = f(0) = 0$  nên  $h(c) < 0$  và phương trình  $h(x) = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt, khác c. Từ đó  $|h(x)|$  sẽ có 3 điểm cực trị.

**Câu 47.** Có bao nhiêu số nguyên  $a (a \geq 2)$  sao cho tồn tại số thực  $x$  thỏa mãn  $(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2$ ?

- A. 8.                                      B. 9.                                      C. 1.                                      D. Vô số

**Đáp án A**

Điều kiện  $x > 0$ . Đặt  $y = a^{\log x} + 2 > 0$  thì  $y^{\log a} = x - 2 \Leftrightarrow a^{\log y} + 2 = a$ . Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} y = a^{\log x} + 2 \\ x = a^{\log y} + 2 \end{cases}$$

Do  $a \geq 2$  nên hàm số  $f(t) = a^t + 2$  là đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Giả sử  $y \geq x$  thì  $f(y) \geq f(x)$  sẽ kéo theo  $y \geq x$ , tức là phải có  $x = y$ . Tương tự nếu  $x \leq y$ .

Vì thế, ta đưa về xét phương trình  $x = a^{\log x} + 2$  với  $x > 0$  hay  $x - x^{\log a} = 2$ .

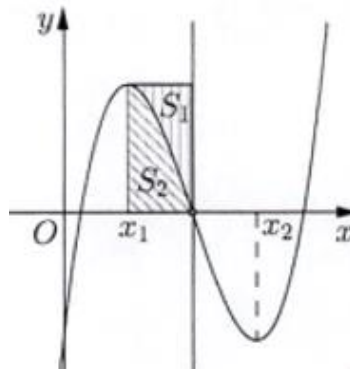
Ta phải có  $x > 2$  và  $x > x^{\log a} \Leftrightarrow 1 > \log a \Leftrightarrow a < 10$ .

Ngược lại, với  $a > 10$  thì ta xét hàm số liên tục  $g(x) = x - x^{\log a} - 2 = x^{\log a}(x^{1-\log a} - 1) - 2$  có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \text{ và } g(2) < 0$$

Nên  $g(x)$  sẽ có nghiệm trên  $(2; +\infty)$ . Do đó, mọi số  $a \in \{2, 3, 4, \dots, 9\}$  đều thỏa mãn.

**Câu 48.** Có bao nhiêu hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_2) = 0$ . Gọi điểm  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



A.  $\frac{3}{4}$ .

B.  $\frac{5}{8}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{3}{5}$ .

**Đáp án D**

Rõ ràng kết quả bài toán này không đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O. Gọi  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  là hàm số khi đó thì dễ thấy  $g(x)$  lẻ nên có ngay  $b = d = 0$  và  $g(x) = ax^3 + cx$  có hai điểm cực trị ứng với  $-1, 1$ , cũng là nghiệm của  $3ax^2 + c = 0$ . Từ đó dễ dàng có  $g(x) = k(x^3 - 3x)$  với  $k > 0$ .

Xét diện tích hình chữ nhật  $S_1 + S_2 = |(-1) \cdot g(-1)| = 2k$ . Ngoài ra,

$$S_2 = k \cdot \int_{-1}^0 |x^3 - 3x| dx = \frac{5}{4}k.$$

Vì thế  $S_1 = 2k - \frac{5k}{4} = \frac{3k}{4}$  và  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$ .

**Câu 49.** Xét hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 1, |z_2| = 2$  và  $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$ . Giá trị lớn nhất của  $|3z_1 + z_2 - 5i|$  bằng

A.  $5 - \sqrt{19}$ .

B.  $5 + \sqrt{19}$ .

C.  $-5 + 2\sqrt{19}$ .

D.  $5 + 2\sqrt{19}$ .

### Đáp án B

Đặt  $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . Theo giả thiết thì

$$a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 4, (a - c)^2 + (b - d)^2 = 3.$$

Do đó  $a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 3 \Rightarrow ac + bd = 1$ .

Ta có  $3z_1 + z_2 = 3(a + c) + (3b + d)i$  nên

$$|3z_1 + z_2| = (3a + c)^2 + (3b + d)^2 = 9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd) = 19.$$

Áp dụng bất đẳng thức  $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ , ta có ngay

$$|3z_1 + z_2 - 5i| \leq |3z_1 + z_2| + |-5i| = \sqrt{19} + 5.$$

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2, 1, 3)$  và  $B(6; 5; 5)$ . Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh  $A$ , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $AB$ . Khi  $(N)$  có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của  $(N)$  có phương trình dạng  $2x + by + cz + d = 0$ . Giá trị của  $b + c + d$  bằng

A. -21.

B. -12.

C. -18.

D. -15.

### Đáp án C

Xét bài toán : Cho khối nón  $(N)$  có đỉnh  $A$ , đáy có tâm là  $I$ , bán kính  $r$  và chiều cao  $h$  nội tiếp mặt cầu  $(S)$  có tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Tìm thể tích lớn nhất của khối nón.

Để  $V_N$  max thì ta xét  $h \geq R$  (vì nếu  $h < R$  thì đối xứng đường tròn đáy của  $(N)$  qua tâm  $O$ , ta có bán kính đáy giữ nguyên nhưng chiều cao tăng lên). Khi đó  $OI = h - R$  và

$$r^2 = R^2 - (h - R)^2 = h(2R - h) \text{ nên } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (2R - h) h^2.$$

Theo bất đẳng thức Cô-si thì  $(2R - h) \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{2} \leq \left(\frac{2R}{3}\right)^3$  nên  $V \leq \frac{8\pi R^3}{81}$ . Giá trị lớn nhất này đạt được khi

$$2R - h = \frac{h}{2} \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}.$$

Trở lại bài toán, theo kết quả trên, để  $V_{(N)}$  max thì  $I \in AB$  sao cho  $AI = \frac{4R}{3} = \frac{2AB}{3}$  hay

$$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{4}{3}\right), \text{ trong đó } I \text{ là tâm đường tròn đáy. Từ đó } I\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right).$$

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2)$  là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng nên mặt phẳng cần tìm có phương trình

$$2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + \left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0$$

Vì thế  $(b, c, d) = (2, 1, -21)$  nên  $b + c + d = -18$